

La vocation première de la trigonométrie n'a pas été le calcul de distances et de hauteurs, même si cet usage est celui qui nous vient d'abord à l'esprit lorsqu'il est question de cette branche des mathématiques. C'est comme support technique à l'astronomie que la trigonométrie a d'abord été utilisée par les savants, babyloniens, grecs et arabes. Dans la philosophie aristotélicienne, le monde supralunaire et le monde sublunaire obéissaient à des principes distincts. Il n'était pas que les méthodes utilisées dans l'étude du monde supralunaire puissent avoir des applications dans le monde sublunaire. Il a fallu que la trigonométrie devienne un champ disciplinaire distinct pour que les applications terrestres se développent.

La trigonométrie a commencé à se développer comme discipline indépendante de l'astronomie grâce aux mathématiciens arabes, en particulier Nasir Al-din Tusi (1201-1274), qui a déterminé la « loi des sinus », et Al-Kashi (1380-1429) qui a déterminé la « loi des cosinus ». Ces lois ont simplifié les procédures de résolution des triangles quelconques. En Europe, l'évolution de la trigonométrie comme branche indépendante des mathématiques doit beaucoup à l'astronome et mathématicien allemand Johann Müller, ou Regiomontanus (1436-1476).

### Arc de méridien et forme de la Terre

Deux grands projets scientifiques nécessitant la mesure des longueurs d'arc d'un méridien ont permis des applications à grande échelle de la trigonométrie.

Ne pouvant accepter l'existence du vide et des forces qui se communiquent à distance comme la gravitation, Descartes a imaginé un système dans lequel les planètes sont mues par des tourbillons de matière. Selon Descartes : « les mouvements des planètes sont dus à leur entraînement par des tourbillons d'une matière subtile occupant les espaces intersidéraux » (NH Descartes04). Cette théorie

des tourbillons, qui s'oppose à celle de Newton, est alors la doctrine officielle en France. Pour que ces tourbillons puissent causer la rotation de la Terre, ils devaient exercer une certaine pression à l'équateur et Jacques Cassini (1677-1756) en déduit que la Terre doit être un ellipsoïde allongée aux pôles.

Cependant, en l'absence de ces tourbillons de matière, comme dans la théorie de Newton, la force centrifuge devrait avoir comme effet un aplatissement de la Terre aux pôles.



Pour départager ces deux théories, il fallait donc déterminer la forme de la Terre. Est-elle allongée ou aplatie aux pôles ? La solution est de mesurer la longueur d'un arc de 1 degré d'un méridien, au nord et à l'équateur. Ces mesures étaient faites en mesurant une longueur de base et les angles de triangles joignant deux points situés à 1 degré de différence sur un même méridien qu'il fallait ensuite résoudre par calculs en ayant recours à la trigonométrie (NH Mau-pertuis). La méthode de calcul de longueurs terrestres par triangulation avait été développée pour la première fois par Willebrord Snell (1580-1626).

### Arc de méridien et définition du mètre

En 1790, l'Assemblée nationale française, issue de la révolution de 1789, décide d'uniformiser les unités de mesure à la grandeur de la France. La première unité de mesure qu'il fallait établir est celle de la longueur et, pour que cette unité soit acceptable internationalement, il fallait qu'elle soit déterminée à partir d'une longueur terrestre. On choisit le dix millionième du quart de la longueur d'un méridien terrestre. Il restait à mesurer cette longueur, la tâche fut confiée à deux savants, Jean-Baptiste Delambre et Pierre François Méchain. (NH Mètre). Il leur fallait procéder par triangulation et résoudre les triangles en ayant recours à la trigonométrie pour mesurer l'arc de méridien joignant Dunkerque à Barcelone.



### Modèles sinusoïdaux

L'usage des fonctions trigonométriques s'est depuis répandu dans une foule de domaines, en particulier en physique pour la description des phénomènes vibratoires (NH Ondes01, NH Hooke). Les propriétés des fonctions sinusoïdales par rapport à l'addition (NH Ondes02) ont donné aux mathématiciens et aux physiciens les outils nécessaires pour décrire et analyser tous les phénomènes ondulatoires. Les phénomènes sonores et optiques ont ainsi révélé leurs secrets, ce qui a permis le développement des applications technologiques modernes.

Le mathématicien Joseph Fourier (NH Fourier01), dans son étude de la chaleur (NH Fourier02), a donné une représentation des fonctions périodiques comme somme de fonctions sinus et cosinus qui est à la base de la numérisation de la musique et des images (NH Ondes03). Ces sommes de fonctions ont soulevé un questionnement, une somme infinie de fonctions continues est-elle également une fonction continue ? (NH Ondes04)