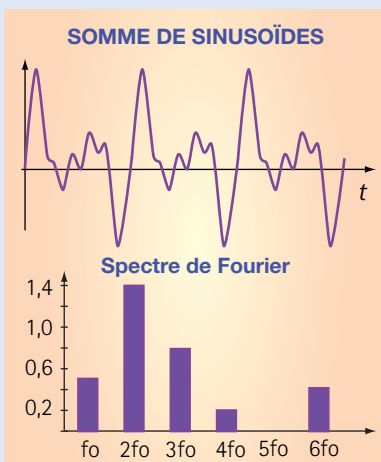




Joseph Fourier
1768-1830

Le développement de fonctions périodiques en sommes infinies de sinus et de cosinus par Fourier a permis la description des ondes par le *spectre de Fourier* qui consiste à donner l'amplitude des harmoniques dont les fréquences sont des multiples entiers de la fréquence fondamentale.

Spectre de Fourier



L'information consignée dans le spectre de Fourier est simple à communiquer, il suffit, à partir de la fréquence fondamentale, de donner la valeur numérique de l'amplitude de chacune des sinusoïdes des harmoniques, dont la fréquence est un multiple entier de la fréquence fondamentale f_0 . La vibration complexe peut alors être recomposée à partir des sinusoïdes élémentaires.

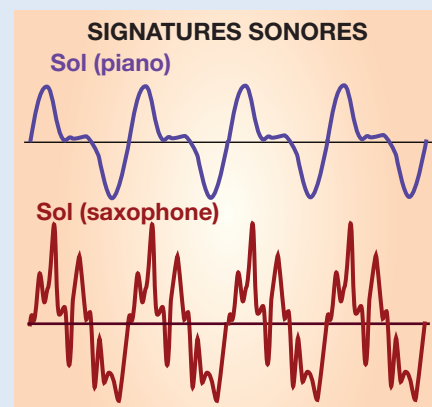
Production et numérisation des sons

Dans son ouvrage *Théorie analytique de la chaleur*, publié en 1822, Joseph Fourier annonce à ses collègues incrédules que toute fonction périodique peut s'exprimer comme une somme de sinusoïdes et de cosinusoïdes. Il ne se doutait pas que cela allait éventuellement permettre la numérisation de la voix et de la musique.

En musique, une note possède une fréquence fondamentale (f_0) correspondant à sa hauteur. Deux notes dont la fréquence fondamentale ont un ratio équivalent à une puissance de deux (c'est-à-dire la moitié, le double, le quadruple, ...) donnent deux sons très similaires. Cette observation permet de regrouper toutes les notes qui ont cette propriété dans la même catégorie de hauteur. Les différentes catégories de hauteurs sont au nombre de sept : do, ré, mi, fa, sol, la et si. L'intervalle compris entre deux hauteurs dont la fréquence de l'une vaut le double (ou la moitié) de l'autre s'appelle

une *octave*. Pour distinguer deux notes de hauteur équivalente dans deux octaves différentes, on numérote les octaves et donne ce numéro aux notes correspondantes : par exemple, le « La₃ » a une fréquence de 440 Hz dans la norme internationale. Cette fréquence de référence est celle donnée par un diapason.

Chaque instrument de musique émet un son complexe qui est composé d'une fréquence de vibration principale à laquelle s'ajoutent des multiples de la fréquence principale. Les multiples de la fréquence principale sont appelées *harmoniques*. Les harmoniques qui s'ajoutent à la vibration principale varient d'un instrument à l'autre et la somme des sinusoïdes n'est pas la même. Par conséquent, chaque instrument, comme chaque personne, a une signature sonore qui lui est propre. Par exemple si on considère le « sol » joué par différents instruments, la signature sonore est différente, d'un instrument à l'autre comme on peut le voir dans l'illustration suivante.



À l'adresse :

<http://www.sciences.univ-nantes.fr/physique/perso/gtulloue/Elec/Fourier/fourier1.html>

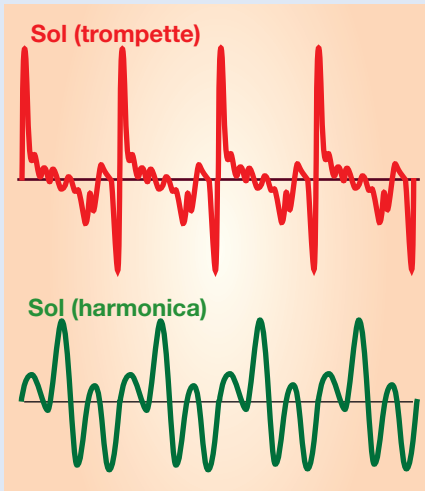
on peut modifier l'amplitude des sinusoïdes élémentaires et visualiser la construction de la courbe représentant la somme des sinusoïdes.

Aux adresses :

<http://lumimath.univ-mrs.fr/~jlm/cours/fourier/fourier2.htm>

<http://lumimath.univ-mrs.fr/~jlm/cours/fourier/fourier1.htm>

on peut modifier l'amplitude des sinusoïdes élémentaires et entendre le son correspondant à la somme des sinusoïdes.



Lorsque plusieurs instruments jouent en même temps, toutes les vibrations s'additionnent. La vibration en fréquence principale est alors amplifiée et toutes les fréquences harmoniques s'y ajoutent.

Numérisation

On peut, à partir d'un spectre de Fourier, produire électroniquement une onde sonore dans la fréquence principale d'une note et lui ajouter les harmoniques pour reproduire le son émis par une trompette ou un saxophone, par exemple. Une pièce de musique peut donc être écrite entièrement en donnant des fréquences et des amplitudes de sinusoïdes. Si on l'écrivait à la main, ça pourrait être long, mais on peut utiliser un analyseur qui, à partir de la pièce jouée en dresse le spectre. On peut numériser ce spectre, l'enregistrer, le transmettre. La numérisation consiste à donner en binaire l'information véhiculée par le spectre : fréquence et amplitude.

Pour écouter la pièce musicale enregistrée numériquement, on utilise un synthétiseur qui, à partir du spectre de fréquences, peut reproduire le signal.

La musique n'est pas le seul type de signal qui peut être numérisé. Considérons la photo de Fourier à la page précédente. Supposons que l'on divise cette photo en traçant des lignes horizontales et verticales. En déterminant pour chacune des lignes l'intensité du signal lumineux en

chacun des points de rencontre, on obtient une succession de courbes. Chacune de ces courbes peut être caractérisée par son spectre de Fourier. Pour transmettre l'image, il suffit de transmettre les spectres de fréquences de chacune des lignes, horizontales et verticales. À la réception, l'image peut être reconstituée à partir des spectres. La qualité de l'image reçue dépend du nombre de lignes. Dans le cas d'une image en couleur, il faut trois spectres par ligne au lieu d'un seul, un spectre pour chacune des couleurs fondamentales.

