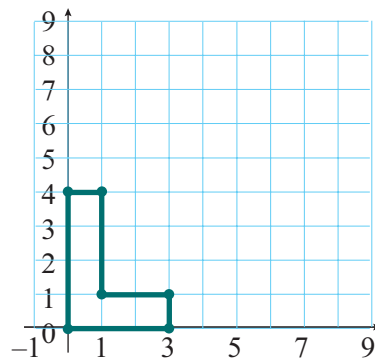


# TRANSFORMATIONS DU PLAN

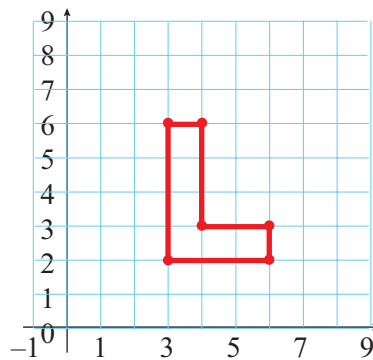
## TRANSLATION ET ROTATION

### COORDONNÉES HOMOGÈNES

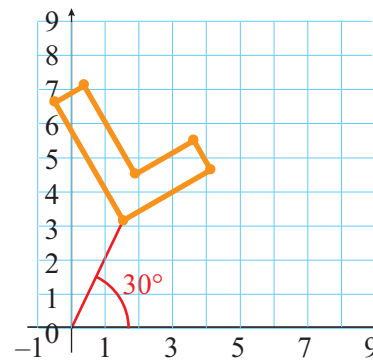
#### Translation suivie d'une rotation



Translation



Rotation



#### OBJECTIF

Représenter graphiquement un triangle dont les sommets sont connus, calculer et représenter graphiquement son image par une transformation linéaire.

## Mise en situation

Représenter matriciellement la séquence de points :

$$\begin{array}{c|cccccc} x & 0 & 3 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline y & 0 & 0 & 1 & 1 & 4 & 4 & 0 \end{array}$$

- Écrire cette séquence de points en coordonnées homogènes.
- Représenter graphiquement la figure décrite par cette séquence de points.
- Écrire en coordonnées homogènes la matrice de translation selon le vecteur (3; 2).
- En effectuant un produit de matrices, calculer la séquence de points de la figure translaturée.
- Représenter graphiquement l'image de la figure translaturée.
- Ajuster les échelles de graduation des graphiques pour visualiser l'effet de la transformation sur la figure initiale.
- Faire effectuer une rotation d'un angle  $\theta$  à la figure translaturée.

### TransHomogeneLab01

#### Préparation de la feuille

##### ACTION

- Personnaliser une feuille de calcul.

#### Écriture des vecteurs colonnes

##### ACTION




- Dans la cellule A8 écrire « Figure » et valider.
- Dans la plage A9:G11, écrire la séquence de points en coordonnées homogènes.
- Dans la cellule A12, écrire « Translation » et valider.
- Sélectionner la plage A9:G10 et représenter graphiquement en choisissant dans « Nuages de points », l'option « Reliés avec marques ».

#### Écriture de la matrice

##### ACTION

- Dans la cellule A13, écrire « Translation » et valider.
- Dans la plage A14:C16, entrer la matrice de la translation en coordonnées homogènes.

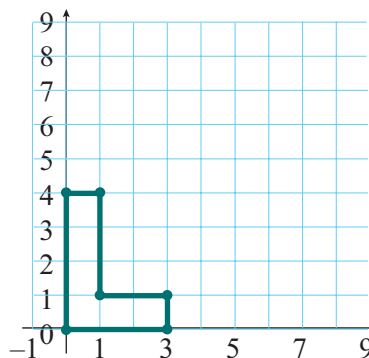
### Fonctionnalités d'Excel

-  Insertion-Zone-Texte
-  Valider-entrée
-  Graphique

#### Remarque

Les coordonnées du premier sommet sont répétées à la fin de la séquence pour que la figure soit fermée. On décrit donc la figure par la séquence de points :

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 4 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



#### Remarque

En coordonnées homogènes, la matrice de la translation selon le vecteur (3; 2) est :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Calcul de l'image

### ACTION

1. Dans la cellule A18, écrire «Image» et valider.
2. Sélectionner la plage A19:G21 et faire calculer le produit de la matrice de la séquence de points par la matrice de la translation.

## Représentation de l'image

### ACTION

1. Sélectionner la plage A19:G20 et représenter graphiquement en choisissant dans «Nuages de points», l'option «Reliés avec marques».

## Ajustement des échelles

### ACTION

1. Ajuster la graduation des axes et les rectangles des graphiques pour visualiser l'effet de la translation sur la figure initiale.

## Rotation

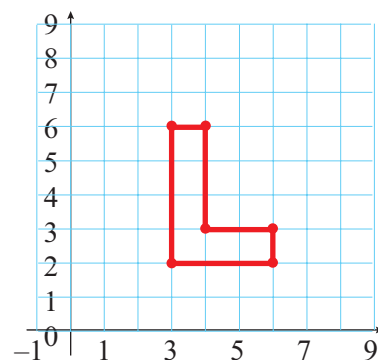
### ACTION

1. Dans la cellule A23, écrire «Rotation» et valider.
2. Dans la cellule A24 écrire «a =» et, dans la cellule B24, écrire 6. Donner le nom «a» à cette dernière cellule.
3. Dans la cellule C24, écrire «Angle =» et, dans la cellule D24, définir «=Pi()/a» et donner le nom «Ang» à cette dernière cellule.
4. Dans la plage A26:C28, écrire la matrice de rotation.
5. Dans la plage A30:G32, faire calculer l'image par la rotation de l'image translaturée. Représenter graphiquement.

### Remarque

Après la translation, la séquence de points est :

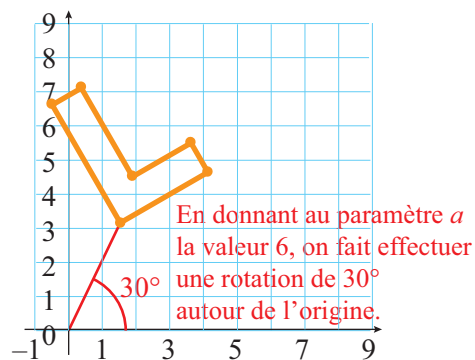
$$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 8 & 6 & 6 & 5 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 3 & 6 & 6 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$



### Remarque

Après la rotation, la séquence de points est :

$$\begin{bmatrix} 3,33 & 5,93 & 5,43 & 3,70 & 2,20 & 1,33 & 3,33 \\ 4,23 & 5,73 & 6,60 & 5,60 & 8,20 & 7,70 & 4,23 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$



### Remarque

En modifiant la valeur de  $a$  dans la cellule B24, on change l'angle de rotation. Il est à noter que cette rotation est autour de l'origine.

### Attention

Il ne faut pas essayer de changer manuellement la valeur d'un élément dans une plage dont les valeurs sont définies par un produit de matrices.