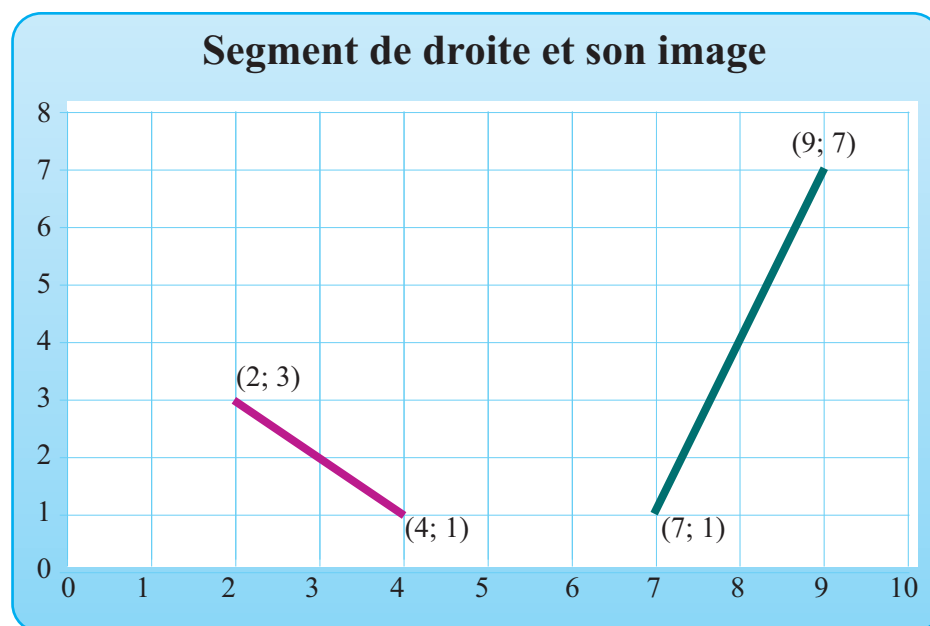


TRANSFORMATIONS DU PLAN

SEGMENTS DE DROITES



OBJECTIF

Représenter graphiquement un segment de droite, calculer et représenter graphiquement son image par une transformation linéaire.

Mise en situation

Représenter matriciellement les vecteurs algébriques (2; 3) et (4; 1) par des vecteurs colonnes dans Excel.

- Faire représenter graphiquement le segment de droite AB joignant les points aux extrémités de ces vecteurs.
- Par un produit de matrices, calculer l'image du segment de droite AB par la transformation linéaire :

$$T(x; y) = (2x + y; 2x - y).$$

- Faire représenter graphiquement l'image du segment de droite AB.
- Ajuster les échelles de graduation des graphiques pour visualiser l'effet de la transformation sur le segment de droite.
- Explorer en modifiant les valeurs des composantes des vecteurs dans la plage A9:B10 ou les valeurs des éléments de la matrice de la transformation. Ajuster, si nécessaire, les échelles de graduation des graphiques pour visualiser l'effet de ces modifications.

TransformationsLab01

Préparation de la feuille

ACTION

- Personnaliser une feuille de calcul.

Écriture des vecteurs colonnes

ACTION



- Dans la cellule A8 écrire « Vecteurs » et valider.
- Dans la plage A9:A10, écrire les composantes du vecteur algébrique (2; 3).
- Dans la plage B9:B10, écrire les composantes du vecteur algébrique (4; 1).
- Sélectionner la plage A9:B10 et représenter graphiquement en choisissant dans « Nuages de points », l'option « Reliés avec marques ».

Écriture de la matrice

ACTION

- Dans la cellule D8, écrire « Transformation » et valider.
- Dans la plage D9:E10, entrer la matrice de la transformation.

Fonctionnalités d'Excel

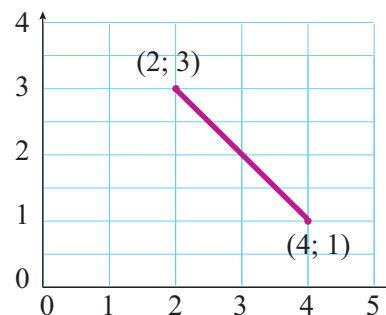
-  Insertion-Zone-Texte
-  Valider-entrée

Remarque

En représentant les vecteurs algébriques par les vecteurs colonnes d'une matrice, on obtient :

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

-  Graphique



Remarque

La matrice de la transformation est :

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Calcul de l'image

ACTION

1. Dans la cellule G8, écrire «Image» et valider.
2. Sélectionner la plage G9:H10 et faire calculer le produit de la matrice des vecteurs par la matrice de la transformation.

Représentation de l'image

ACTION

1. Sélectionner la plage G9:H10 et représenter graphiquement en choisissant dans «Nuages de points», l'option «Reliés avec marques».

Ajustement des échelles

ACTION

1. Cliquer deux fois sur la graduation de l'axe vertical du graphique de l'image. Dans la fenêtre qui apparaît, choisir l'option «Échelle». On lit que le maximum de l'échelle est 8,0 et l'unité principale est 1,0. Refermer la fenêtre.
2. Cliquer deux fois sur la graduation de l'axe vertical du premier graphique. Dans la fenêtre qui apparaît, choisir l'option «Échelle». Indiquer dans les cases appropriées que le maximum de l'échelle doit être 8,0 et que l'unité principale doit être 1,0. Refermer la fenêtre.
3. En procédant de façon analogue, ajuster les échelles de graduation des axes horizontaux dans les deux graphiques.

Exploration

ACTION

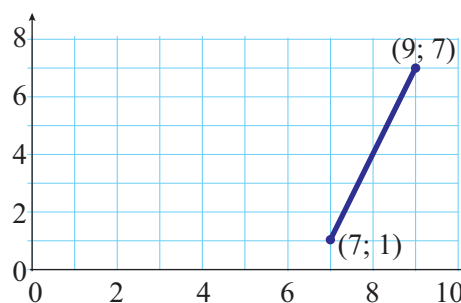
1. On peut explorer en modifiant les valeurs des composantes des vecteurs donnés au départ et les éléments de la matrice de transformation, en ajustant les graduations au besoin,

Remarque

Le produit des matrices donne :

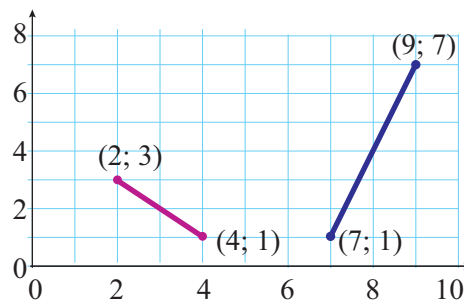
$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$

L'image du segment de droite reliant les points (2; 3) et (4; 1) est donc le segment de droite joignant les points (7; 1) et (9; 7).



Remarque

Excel choisit les graduations des axes selon les dimensions de l'image à représenter. Il est donc difficile de comparer le graphique de la page précédente et celui ci-dessus. Pour pouvoir visualiser l'effet de la transformation sur la droite initiale, il faut ajuster les graduations pour qu'elles soient les mêmes sur les deux graphiques.



Remarque

Dans la figure ci-dessus, le trait rouge est le segment de droite initial et le trait bleu est son image par la transformation.

Attention

Il ne faut pas essayer de changer manuellement la valeur d'un élément de la plage G9:H10. Les valeurs dans cette plage sont obtenues par une opération matricielle et Excel refusera une telle modification.