SIGNAUX, ONDES *et* TRANSFORMATIONS

CHAPITRE 4

Utiliser les transformations élémentaires pour modifier un signal ou une onde.

Les composantes particulières de l'élément de compétence visées par le présent chapitre sont:

- la représentation graphique d'un signal élémentaire modifié par des transformations élémentaires;
- l'utilisation des transformations élémentaires pour modifier l'intensité, la durée d'un signal;
- la description symbolique d'un signal élémentaire et d'un signal modifié par une transformation élémentaire.

OBJECTIFS

4.1 Effectuer les transformations de base sur les signaux élémentaires.

4.2 Décrire symboliquement chacune des parties d'un signal modifié à l'aide des transformations élémentaires.

4.3 Déterminer les caractéristiques graphiques d'un signal périodique.

4.4 Décrire graphiquement une onde modifiée à l'aide des transformations élémentaires.

4.1 Signaux et transformations

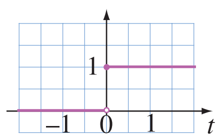
Les signaux élémentaires dont nous allons maintenant aborder l'étude présentent un intérêt particulier dans les technologies du génie électrique. Ce sont des impulsions qui varient dans le temps, c'est pourquoi nous utiliserons la lettre t pour représenter la variable indépendante.

Signaux élémentaires

Mathématiquement, les signaux sont des fonctions définies par parties. Nous allons utiliser cinq signaux élémentaires qui sont définis comme suit

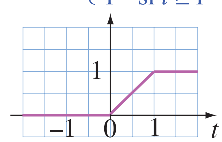
Saut unitaire

$$U(t)=\begin{cases} 0 & \text{si } t<0 \\ 1 & \text{si } t\geq 0 \end{cases}$$



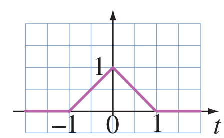
Rampe unitaire

$$R(t)=\begin{cases} 0 & \text{si } t<0 \\ t & \text{si } 0\leq t<1 \\ 1 & \text{si } t\geq 1 \end{cases}$$



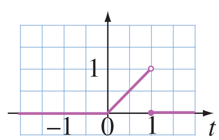
Triangle unitaire

$$T(t)=\begin{cases} t+1 & \text{si } -1\leq t<0 \\ 1-t & \text{si } 0\leq t<1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



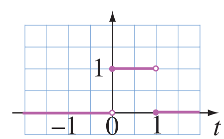
Direction unitaire

$$D(t)=\begin{cases} t & \text{si } 0\leq t<1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



Palier unitaire

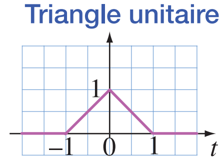
$$P(t)=\begin{cases} 1 & \text{si } 0\leq t<1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



Transformations élémentaires

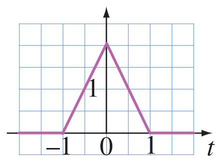
On peut modifier de différentes façons le graphique d'une fonction ou d'un signal en modifiant les paramètres de sa forme générale; c'est ce que l'on appelle les **transformations de base** des fonctions. À l'aide de ces transformations, on peut, par exemple, augmenter ou diminuer l'intensité d'un signal, augmenter ou diminuer sa durée. Ces transformations nous permettent d'ajuster n'importe quelle fonction pour modéliser la situation que l'on veut décrire. Dans le présent chapitre, nous allons appliquer ces transformations aux signaux définis ci-haut. Il y en a quatre, ce sont: l'étirement-compression et le décalage, qui peuvent être réalisés à la verticale ou à l'horizontale. Voyons l'effet des quatre transformations sur le triangle unitaire.

Triangle unitaire

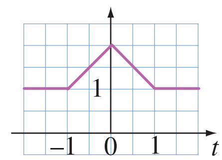


En appliquant les transformations que nous allons définir, on peut modifier le graphique du triangle unitaire pour obtenir, par exemple, les graphiques suivants.

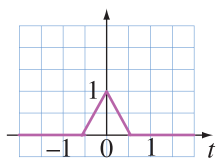
Étirement-compression vertical



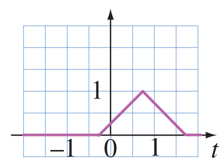
Décalage vertical



Étirement-compression horizontal



Décalage horizontal



En combinant ces transformations, on peut obtenir une grande variété de modèles à partir des fonctions de base comme les signaux ou les variations directes ou inverses du chapitre précédent. Algébriquement, ces modifications des fonctions correspondent à des modifications des paramètres de la forme générale de la fonction. Les paramètres sont au nombre de quatre comme les transformations.

Dans toutes les fonctions de $\mathbb{R}^2$, il y a deux variables, la variable indépendante et la variable dépendante. On a un étirement-compression vertical si on multiplie la variable dépendante par un paramètre et un étirement- compression horizontal si on multiplie la variable indépendante par un paramètre. De plus, si on additionne un paramètre à la variable dépendante (ou à son produit avec un paramètre), on a un décalage vertical. Si on additionne un paramètre à la variable indépendante (ou à son produit avec un paramètre), on a un décalage horizontal.

Étirement-compression vertical

La première transformation est un étirement ou une compression selon l'axe vertical. Elle est symbolisée par

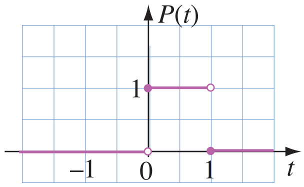
$$Af(x).$$

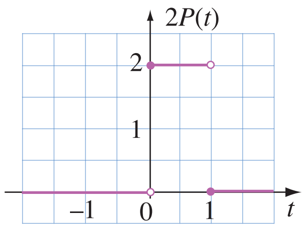
La transformation a donc pour effet de multiplier chacune des valeurs de la variable dépendante par un paramètre A. En appliquant cette transformation à la fonction singulière $P(t)$ en prenant $A = 2$, on obtient

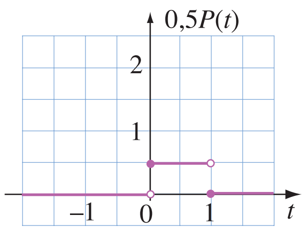
$$AP(t) = 2P(t) = \begin{cases} 2 & \text{si } 0 \le t < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

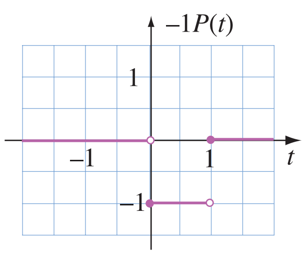
Si A est plus grand que 1, il en résultera un étirement vertical et si A est compris entre 0 et 1, $(0 < A < 1)$, il en résultera une compression verticale. Par ailleurs, si A est négatif, le graphique est inversé par rapport à l'horizontale.

Palier unitaire









EXEMPLE 4.1.1

Donner la définition par segments des fonctions suivantes et esquisser leur graphique.

a) $A\,P(t)$ pour $A = 2$. b) $A\,P(t)$ pour $A = 0{,}5$.

c) $A\,P(t)$ pour $A = -1$.

d) Déterminer l'effet de ces transformations selon la valeur du paramètre A.

■ *Solution*

a) Puisque $A = 2$, la fonction $A\,P(t)$ est définie par

$$AP(t) = 2P(t) = \begin{cases} 2 & \text{si } 0 \le t < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

On constate que toutes les valeurs de la variable dépendante sont multipliées par 2; il en résulte un étirement vertical.

b) Puisque $A = 0{,}5$, la fonction $A\,P(t)$ est définie par

$$AP(t) = 0{,}5P(t) = \begin{cases} 0{,}5 & \text{si } 0 \le t < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

On constate que toutes les valeurs de la variable dépendante sont multipliées par 0,5; il en résulte une compression verticale.

c) Puisque $A = -1$, la fonction $A\,P(t)$ est définie par

$$AP(t) = -1P(t) = \begin{cases} -1 & \text{si } 0 \le t < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

On constate que toutes les valeurs de la variable dépendante sont multipliées par –1. Le graphique bascule autour de l'axe horizontal.

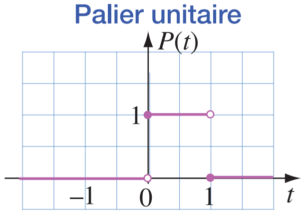
Décalage vertical

La deuxième transformation est un décalage vertical; elle est symbolisée par

$$f(x) + B$$

La transformation a donc pour effet d'additionner B à chacune des valeurs de la variable dépendant. En appliquant cette transformation à la fonction singulière $P(t)$, on obtient

Palier unitaire



EXEMPLE 4.1.2

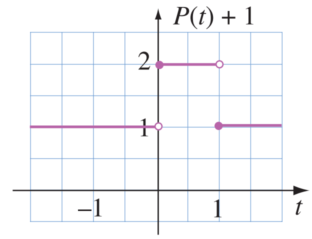
Donner la définition par segments des fonctions suivantes et esquisser leur graphique.

a) $P(t) + B$ pour $B = 1$ b) $P(t) + B$ pour $B = -0{,}5$.

■ *Solution*

a) Pour $B = 1$, la fonction $P(t) + B$ est définie par

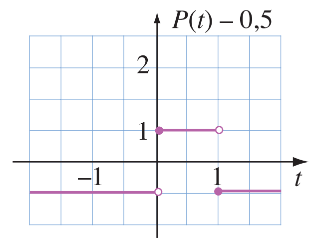
$$P(t)+B=P(t)+1=\begin{cases} 2 & \text{si } 0\le t<1 \\ 1 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



On constate que la transformation a pour effet d'additionner 1 à toutes les valeurs de la variable dépendante. Il en résulte un décalage vertical d'une unité vers le haut de tout le graphique de la fonction $P(t)$.

b) Pour $B = -0{,}5$, on a

$$P(t)+B=P(t)-0{,}5=\begin{cases} 0{,}5 & \text{si } 0\le t<1 \\ -0{,}5 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



On constate que la transformation a pour effet d'additionner $-0{,}5$ à toutes les valeurs de la variable dépendante. Il en résulte un décalage vertical d'une demi-unité vers le bas de tout le graphique de la fonction $P(t)$.

PROCÉDURE

Application des transformations verticales

1. Pour une compression ou un étirement, on multiplie chacune des valeurs par le coefficient A.
   Le graphique est étiré si $|A| > 1$ et il est comprimé si $0 < |A| < 1$. De plus, si A est négatif, le graphique est inversé par rapport à l'axe horizontal.
2. Pour un décalage, on additionne la valeur B à chacune des valeurs de la variable dépendante, ce qui a pour effet de déplacer verticalement le graphique. Le déplacement est vers le haut si $B > 0$ et vers le bas si $B < 0$.

Étirement-compression horizontal

Pour effectuer une transformation horizontale il faut modifier la variation de la variable indépendante en la multipliant par un facteur ou en lui additionnant une constante. La troisième transformation est un étirement ou une compression selon l'axe horizontal; elle est symbolisée par

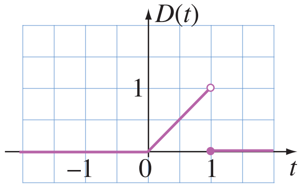
$$f(\alpha x)$$

La transformation a donc pour effet de multiplier chacune des valeurs de la variable indépendante par α, avant d'en calculer l'image. En appliquant cette transformation à la fonction singulière $P(t)$, on obtient

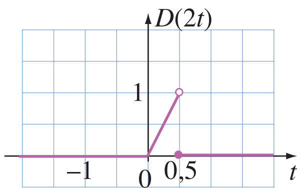
$$P(\alpha t)=\begin{cases} 1 & \text{si } 0\le \alpha t<1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Pour déterminer les valeurs de t dont l'image est non nulle, il faut diviser la suite d'inéquations par α.

Direction unitaire



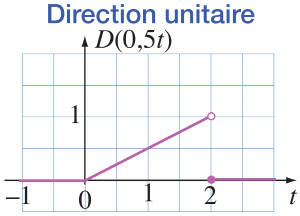
Direction unitaire



REMARQUE

L'intuition est déjouée. En multipliant par un nombre plus grand que 1, on comprime le graphique et en multipliant par un nombre compris entre 0 et 1, on l'étire. Cela vient du fait qu'en multipliant la variable indépendante par un nombre plus grand que 1, le nombre dont on calcule l'image par la fonction est plus grand que la valeur assignée à la variable indépendante.

Direction unitaire



EXEMPLE 4.1.3

Donner la définition par segments des fonctions suivantes et esquisser leur graphique.

a) $D(\alpha t)$ pour $\alpha = 2$

b) $D(\alpha t)$ pour $\alpha = 0{,}5$

c) $D(\alpha t)$ pour $\alpha = -1$

d) Décrire l'effet de la transformation selon la valeur du paramètre α.

Solution

a) Pour $\alpha = 2$, la fonction $D(\alpha t)$ est définie par

$$D(\alpha t) = D(\alpha t) = \begin{cases} t & \text{si } 0 \leq 2t < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

L'intervalle des valeurs non nulles est défini par l'inéquation

$$0 < 2t < 1.$$

En divisant les membres de cette suite d'inégalités par 2, on a

$$0 < t < 0{,}5.$$

La définition de la fonction est alors

$$D(\alpha t) = D(2t) = \begin{cases} 2t & \text{si } 0 \leq t < 0{,}5 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

La représentation graphique de la fonction est donnée ci-contre.

b) Pour $\alpha = 0{,}5$, la fonction $D(\alpha t)$ est définie par

$$D(\alpha t) = D(0{,}5t) = \begin{cases} t & \text{si } 0 \leq 0{,}5t < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

L'intervalle des valeurs non nulles est défini par l'inéquation

$$0 < 0{,}5t < 1.$$

En divisant les membres de cette suite d'inéquations par 0,5, on a

$$0 < t < 2.$$

La définition de la fonction est alors

$$D(\alpha t) = D(0{,}5t) = \begin{cases} 0{,}5t & \text{si } 0 \leq t < 2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

La représentation graphique de la fonction est donnée ci-contre.

c) Pour $\alpha = -1$, la fonction $D(\alpha t)$ est définie par

$$D(\alpha t) = D(-t) = \begin{cases} -t & \text{si } 0 \leq -t < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

L'intervalle des valeurs non nulles est défini par l'inéquation

$$0 < -t < 1.$$

En divisant les membres de cette suite d'inéquations par –1, on obtient

$$0 \geq t > -1.$$

En écrivant cette suite d'inéquations en ordre croissant, de la plus petite à la plus grande valeur de t, on a

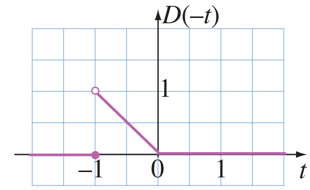
$$-1 < t \leq 0.$$

La définition de la fonction est alors

$$D(\alpha t) = D(-t) = \begin{cases} t & \text{si } -1 < t \leq 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

La représentation graphique de la fonction est donnée ci-contre.

Direction unitaire



REMARQUE

Si $|a| > 1$, la transformation a pour effet de comprimer le graphique selon l'horizontale.

Si $0 < |a| < 1$, la transformation a pour effet d'étirer le graphique selon l'horizontale.

Si $a < 0$, la transformation a pour effet d'inverser le graphique par rapport à l'axe vertical.

Décalage horizontal

La quatrième transformation est un décalage horizontal, elle est symbolisée par

$$f(x + \beta).$$

La transformation a donc pour effet d'additionner β à chacune des valeurs de la variable indépendante avant d'en calculer l'image. En appliquant cette transformation à la fonction singulière $P(t)$, on obtient

$$P(t+\beta) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t+\beta < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

On doit déterminer l'intervalle dans lequel la fonction est non nulle en soustrayant le paramètre β de chacun des membres de l'inéquation

$$0 \leq t + \beta < 1.$$

EXEMPLE 4.1.4

Donner la définition des fonctions suivantes et esquisser leur graphique.

a) $D(t + \beta)$ pour $\beta = -0{,}5$ b) $D(t + \beta)$ pour $\beta = 0{,}5$

c) Décrire l'effet de la transformation selon la valeur du paramètre β.

Solution

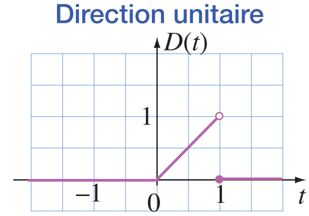
a) Pour $\beta = -0{,}5$, on a

$$D(t+\beta) = D(t-0{,}5) = \begin{cases} t & \text{si } 0 \leq (t-0{,}5) < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

L'intervalle des valeurs non nulles est défini par l'inéquation

$$0 \leq (t - 0{,}5) < 1.$$

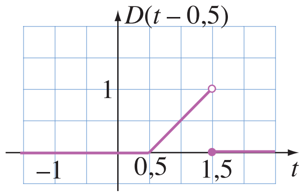
Direction unitaire



En additionnant 0,5 aux membres de cette suite d'inéquations,

$$0{,}5 \leq t < 1{,}5.$$

La définition de la fonction est



$$D(t+\beta) = D(t-0{,}5) = \begin{cases} t-0{,}5 & \text{si } 0{,}5 \leq t < 1{,}5 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

La représentation graphique de la fonction est donnée ci-contre.

b) Pour $\beta = 0{,}5$, on a

$$D(t+\beta) = D(t+0{,}5) = \begin{cases} t & \text{si } 0 \leq (t+0{,}5) < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

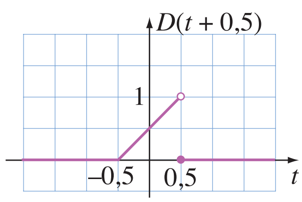
L'intervalle des valeurs non-nulles est défini par l'inéquation

$$0 \leq (t + 0{,}5) < 1.$$

En soustrayant 0,5 aux membres de cette suite d'inéquations, on a

$$-0{,}5 \leq t < 0{,}5.$$

La définition de la fonction est alors



$$D(t+\beta) = D(t+0{,}5) = \begin{cases} t+0{,}5 & \text{si } -0{,}5 \leq t < 0{,}5 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

La représentation graphique de la fonction est donnée ci-contre.

c) Si $\beta < 0$, la transformation a pour effet de décaler le graphique vers la droite.

Si $\beta > 0$, la transformation a pour effet de décaler le graphique vers la gauche.

PROCÉDURE

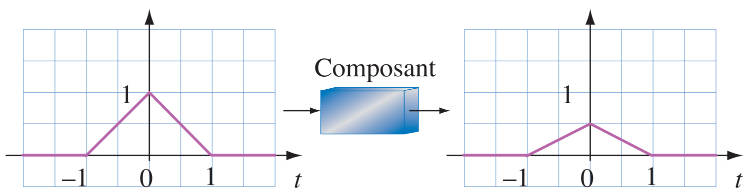
Application des transformations horizontales

1. Pour un étirement-compression, on substitue αt a t dans la définition de la fonction, incluant la définition de l'intervalle des valeurs non nulles. On divise les membres de l'inéquation définissant cet intervalle par a pour trouver l'intervalle des valeurs non nulles de la fonction étirée ou comprimée.
   - Si $|\alpha| > 1$, la transformation a pour effet de comprimer le graphique selon l'horizontale.
   - Si $0 < |\alpha| < 1$, la transformation a pour effet d'étirer le graphique selon l'horizontale.
   - Si $\alpha < 0$, la transformation a pour effet d'inverser le graphique par rapport à l'axe vertical.

2. Pour un décalage horizontal, on substitue $t + \beta$ à t dans la définition de la fonction, incluant la définition de l'intervalle des valeurs non nulles. On soustrait β aux membres de l'inéquation définissant cet intervalle pour trouver l'intervalle des valeurs non nulles de la fonction étirée ou comprimée.
   - Si $\beta < 0$, la transformation a pour effet de décaler le graphique vers la droite.
   - Si $\beta > 0$, la transformation a pour effet de décaler le graphique vers la gauche.

EXEMPLE 4.1.5

Un composant électronique effectue une transformation du signal d'entrée. Connaissant le graphique du signal d'entrée et le graphique du signal de sortie, décrire la transformation effectuée.



Signal d'entrée Signal de sortie

Solution

Le signal d'entrée est un triangle unitaire et le composant électronique lui fait subir une compression verticale. Le sommet du triangle dans le signal de sortie étant 0,5, cela signifie que les valeurs de la variable dépendante sont multipliées par 0,5. Le signal de sortie est donc

$$0{,}5T(t).$$

EXEMPLE 4.1.6

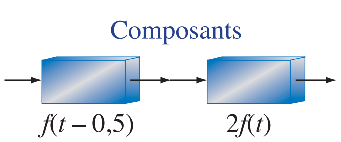
Deux composants électroniques sont montés en série. Ces composants effectuent sur le signal d'entrée la transformation indiquée.

a) Si le signal d'entrée du système est la fonction triangle, esquisser le graphique du signal d'entrée.

b) Donner la description mathématique du signal de sortie du premier composant et esquisser son graphique.

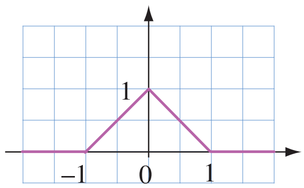
c) Donner la description mathématique du signal de sortie du deuxième composant et esquisser son graphique.

d) Si le signal d'entrée du système était la fonction P{t), quel serait le signal de sortie. Esquisser son graphique.



Solution

a) Le signal d'entrée est la fonction triangle, soit

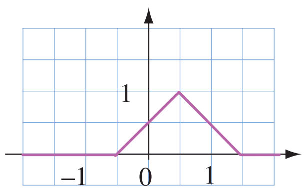


Signal d'entrée

$$T(t)=\begin{cases} t+1 & \text{si } -1\le t<0 \\ 1-t & \text{si } 0\le t<1 \\ 0 & \text{ailleurs}\end{cases}$$

b) La première transformation à considérer est le décalage horizontal de $t = 0{,}5$ unités. Le décalage est positif, le triangle est donc déplacé vers la droite de 0,5 unités. Après cette première transformation, la fonction est

$$T(t-0{,}5)=\begin{cases} t+0{,}5 & \text{si } -0{,}5\le t<0{,}5 \\ 1{,}5-t & \text{si } 0{,}5\le t<1{,}5 \\ 0 & \text{ailleurs}\end{cases}$$



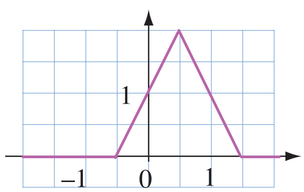
Signal de sortie

On obtient cette description en substituant $t - 0{,}5$ à t dans la fonction du signal d'entrée et en effectuant les opérations.

c) La deuxième transformation est un étirement vertical qui a pour effet de multiplier toutes les valeurs de la variable dépendante par 2. Le signal de sortie est alors décrit par

$$2T(t-0{,}5)=\begin{cases} 2t+1 & \text{si } -0{,}5\le t<0{,}5 \\ 3-2t & \text{si } 0{,}5\le t<1{,}5 \\ 0 & \text{ailleurs}\end{cases}$$

Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

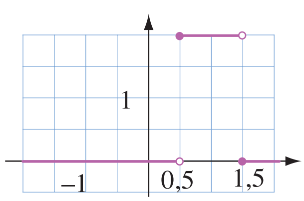


Signal de sortie

d) Si le signal d'entrée était la fonction palier, le signal de sortie serait

$$2P(t-0{,}5)=\begin{cases} 2 & \text{si } 0{,}5\le t<1{,}5 \\ 0 & \text{ailleurs}\end{cases}$$

dont la représentation graphique est donnée ci-contre.



Signal de sortie

Lorsqu'on doit effectuer plusieurs transformations définies par des composants, on doit le faire dans l'ordre du montage des composants. Lorsque ces transformations sont définies algébriquement, si on veut procéder par étapes, on effectue les transformations horizontales en premier.

EXEMPLE 4.1.7

Un composant électronique effectue sur son signal d'entrée la transformation

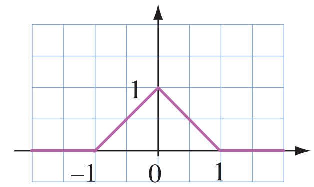
$$g(t) = 2f(2t - 0{,}5) + 3.$$

Si le signal d'entrée est la fonction triangle, définir algébriquement et représenter graphiquement le signal de sortie.

Solution

a) Le signal d'entrée est

$$T(t) = \begin{cases} t+1 & \text{si } -1 \le t < 0 \\ 1-t & \text{si } 0 \le t < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



Signal d'entrée

En substituant $2t - 0{,}5$ à t, on a le résultat des transformations horizontales.

$$T(2t-0{,}5) = \begin{cases} (2t-0{,}5)+1 & \text{si } -1 \le (2t-0{,}5) < 0 \\ 1-(2t-0{,}5) & \text{si } 0 \le (2t-0{,}5) < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Ce qui donne, en exprimant les intervalles de définition en fonction de t et en effectuant les

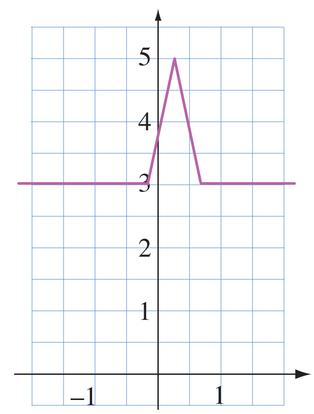
$$T(2t-0{,}5) = \begin{cases} 2t+0{,}5 & \text{si } -0{,}25 \le t < 0{,}25 \\ 1{,}5-2t & \text{si } 0{,}25 \le t < 0{,}75 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

En effectuant les transformations verticales, on doit multiplier l'image par 2 et additionner 3, ce qui donne

$$2T(2t-0{,}5)+3 = \begin{cases} 2[2t+0{,}5]+3 & \text{si } -0{,}25 \le t < 0{,}25 \\ 2[1{,}5-2t]+3 & \text{si } 0{,}25 \le t < 0{,}75 \\ 2\times 0+3 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

En effectuant les opérations on a alors

$$2T(2t-0{,}5)+3 = \begin{cases} 4t+4 & \text{si } -0{,}25 \le t < 0{,}25 \\ 6-4t & \text{si } 0{,}25 \le t < 0{,}75 \\ 3 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



Signal de sortie

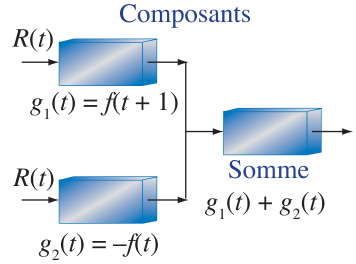
Somme de fonctions

Soit f et g deux fonctions, la **somme** de ces deux fonctions est une fonction h dont l'effet est défini par l'égalité suivante :

$$h(x) = f(x) + g(x).$$

EXEMPLE 4.1.8

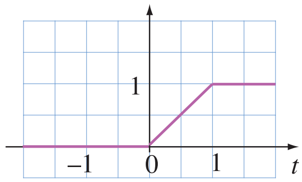
L'assemblage de composants électroniques illustré effectue sur les signaux d'entrée les transformations et opérations indiquées. Si le signal d'entrée des deux premiers composants est la rampe unitaire, esquisser le graphique du signal de sortie.



Solution

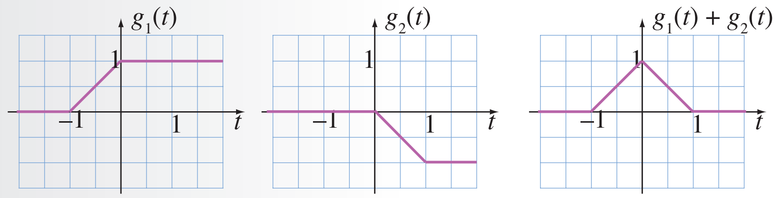
La transformation g_1 est un décalage à gauche de une unité.

La transformation g_2 est une inversion par rapport à l'horizontale et la



Signal d'entrée

somme de ces deux signaux donne la fonction triangle. Graphiquement, la somme des transformations correspond à la somme des images faite point par point. Le graphique du signal d'entrée est donné ci-contre et les graphiques après transformation par le composant électronique sont donnés ci-dessous.

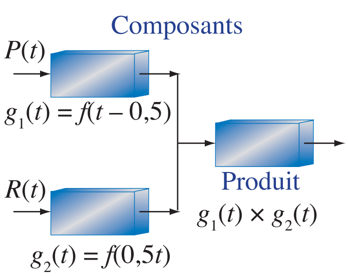


Produit de deux fonctions

Soit f et g deux fonctions, le **produit** de ces deux fonctions est une fonction h dont l'effet est défini par l'égalité suivante :

$$h(x) = f(x) \times g(x).$$

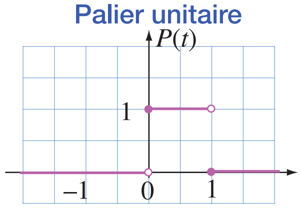
EXEMPLE 4.1.9



L'assemblage de composants électroniques illustré effectue sur les signaux d'entrée les transformations et opérations indiquées. Décrire l'effet de ces transformations, esquisser le graphique du signal de sortie et donner la définition de ce signal.

Solution

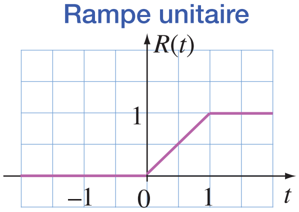
Palier unitaire



On obtient le graphique de la fonction $P(t - 0{,}5)$ par un décalage de 0,5 unité vers la droite de la fonction $P(t)$. Le deuxième signal est la rampe unitaire ayant subi un étirement et dont le graphique est donné ci-contre.

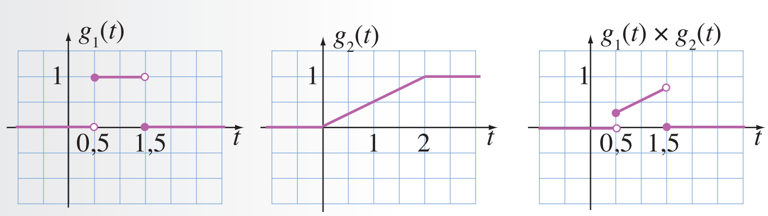
L'image d'une valeur de t par la fonction produit est alors obtenue en effectuant le produit des images des deux fonctions.

Rampe unitaire



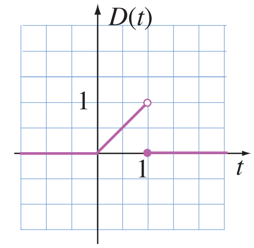
La fonction $P(t - 0{,}5)$ est égale à 1 dans l'intervalle [0,5; 1,5[et à 0 ailleurs; il s'ensuit que les valeurs de $R(0{,}5t)$ demeurent inchangées dans l'intervalle [0,5; 1,5[et elles sont égales à 0 partout ailleurs. La représentation graphique du signal de sortie est donnée ci-contre. La définition du signal de sortie par segments est

$$S(t) = \begin{cases} 6 - 4t & \text{si } 0{,}5 \leq t < 1{,}5 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$



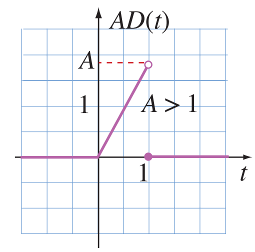
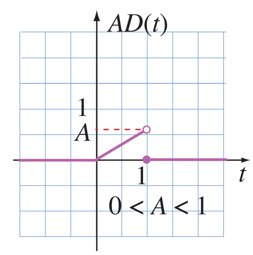
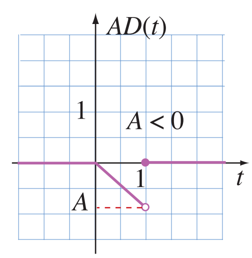
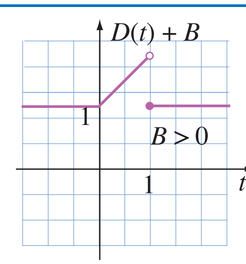
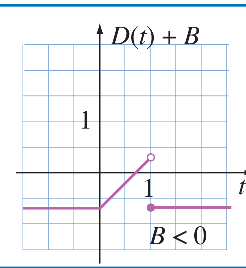
TRANSFORMATIONS VERTICALES SUR UN SIGNAL

Le schéma suivant est un résumé de l'effet des transformations selon la valeur du paramètre impliqué. L'effet est illustré à l'aide de la fonction $D(t)$ dont le graphique est donné ci-contre.



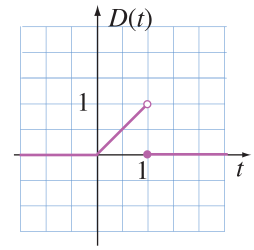
Transformation | **Valeur du paramètre** | **Effet de la transformation**

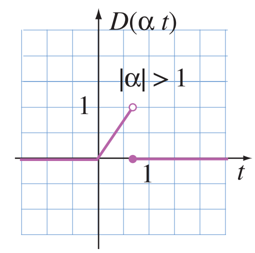
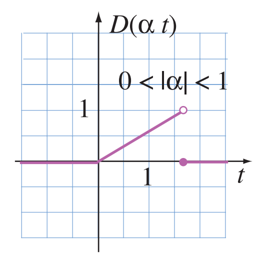
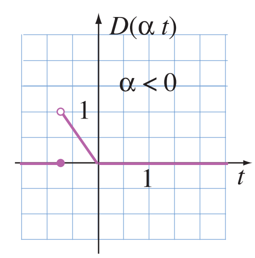
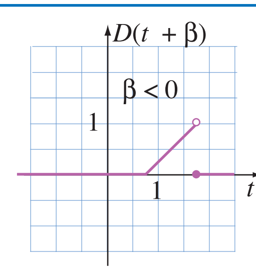
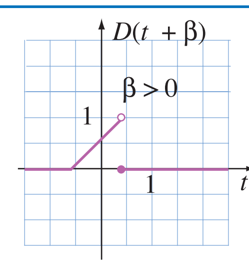
- $Af(t)$
  - Si $|A| > 1$
  - Si $0 < |A| < 1$
  - Si $A < 0$
- $f(t) + B$
  - Si $B > 0$
  - Si $B < 0$

Effet de la transformation	
Chacune des valeurs de la fonction est multipliée par un nombre A plus grand que 1. La transformation a pour effet d'étirer verticalement le graphique.	
Chacune des valeurs de la fonction est multipliée par une fraction positive et plus petite que 1. La transformation a pour effet de comprimer verticalement le graphi-	
Chacune des valeurs de la fonction est multipliée par un nombre négatif. La transformation a pour effet d'inverser le graphique par rapport à	
On additionne un nombre positif à chacune des valeurs de la fonction. La transformation a pour effet de déplacer le graphique vers le haut.	
On additionne un nombre négatif à chacune des valeurs de la fonction. La transformation a pour effet de déplacer le graphique vers le bas.	

TRANSFORMATIONS HORIZONTALES SUR UN SIGNAL

Le schéma suivant est un résumé de l'effet des transformations selon la valeur du paramètre impliqué. L'effet est illustré à l'aide de la fonction D(t) dont le graphique est donné ci-contre.



Transformation	Valeur du paramètre	Effet de la transformation	
$f(\alpha t)$	Si $\lvert\alpha\rvert > 1$	Chaque valeur de la variable indépendante est multipliée par un nombre plus grand que 1 avant d'en calculer l'image. La transformation a pour effet de comprimer le graphique suivant l'horizontale.	
	Si $0 < \lvert\alpha\rvert < 1$	Chaque valeur de la variable indépendante est multipliée par une fraction positive plus petite que 1 avant d'en calculer l'image. La transformation a pour effet d'étirer le graphique suivant l'horizontale.	
	Si $\alpha < 0$	Chaque valeur de la variable indépendante est multipliée par un nombre négatif avant d'en calculer l'image. La transformation a pour effet d'inverser graphique suivant la verticale.	
$f(t + \beta)$	Si $\beta > 0$	On additionne une valeur négative à chaque valeur de la variable indépendante avant d'en calculer l'image; La transformation a pour effet de déplacer le graphique vers la droite.	
	Si $\beta < 0$	On additionne une valeur positive à chaque valeur de la variable indépendante avant d'en calculer l'image. La transformation a pour effet de déplacer le graphique vers la gauche	

4.2 Exercices

Donner la définition des fonctions suivantes et représenter graphiquement.

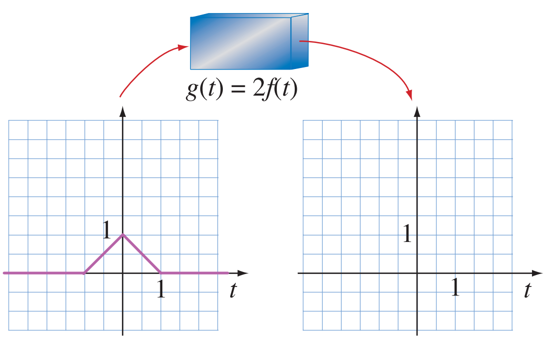
1. $AU(t)$ pour $A = 3$
2. $AU(t)$ pour $A = -2$.

Analyser les fonctions suivantes à l'aide des transformations élémentaires et utiliser cette analyse pour les représenter graphiquement.

3. $2\,T(t) + 1$
4. $-0{,}5\,P(t) + 2$
5. $2\,T(t - 2)$
6. $0{,}5\,U(t - 1) + 2$

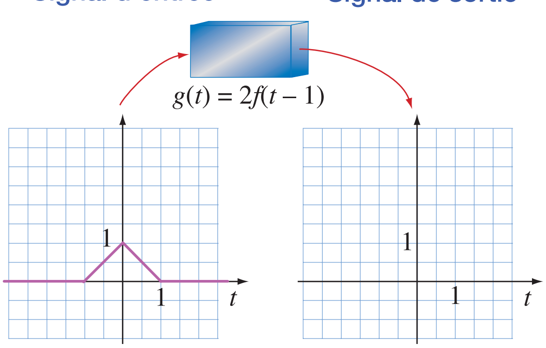
Le composant électronique effectue la transformation indiquée sur le signal d'entrée; esquisser le graphique du signal de sortie.

7.



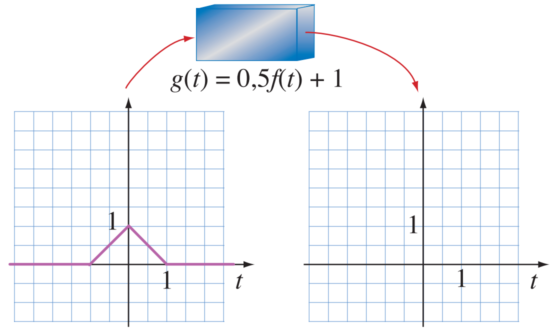
Signal d'entrée   Signal de sortie

8.



Signal d'entrée   Signal de sortie

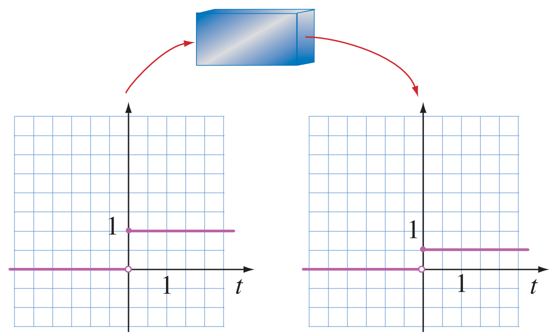
9.



Signal d'entrée   Signal de sortie

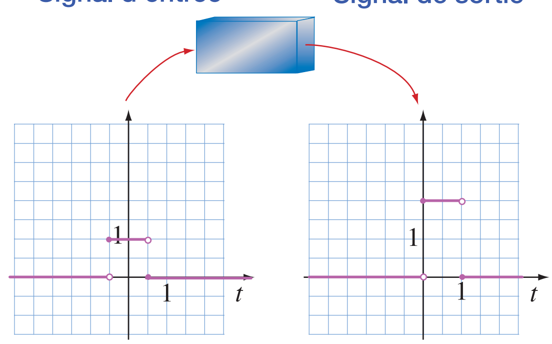
Décrire algébriquement l'effet du composant illustré dans chacun des trois cas suivants, connaissant le

10.



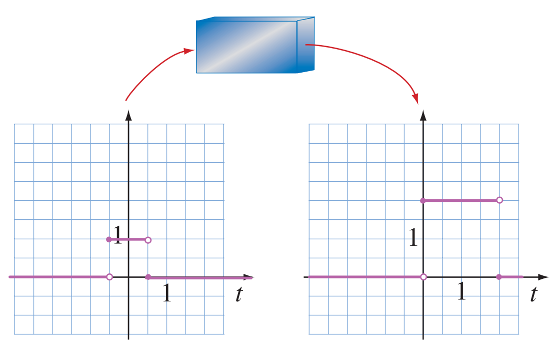
Signal d'entrée   Signal de sortie

11,



Signal d'entrée   Signal de sortie

12.



Signal d'entrée   Signal de sortie

13. Donner la définition par parties des fonctions suivantes et esquisser leur graphique.

a) $P(\alpha t)$ pour $\alpha = 2$

b) $P(\alpha t)$ pour $\alpha = 0{,}5$

c) Décrire l'effet de la transformation selon la valeur du paramètre α.

14. Donner la définition par parties des fonctions suivantes et esquisser leur graphique.

a) $D(t + \beta)$ pour $\beta = -0{,}5$

b) $D(t + \beta)$ pour $\beta = 0{,}5$

c) Déterminer l'effet de la transformation selon la valeur du paramètre β.

15. Représenter graphiquement et définir par segments la fonction $f(t)$ telle que

a) $f(t) = S(t) \times 2T(0{,}5t)$ où $S(t)$ est la fonction définie par

$$S(t) = \begin{cases} -1 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

b) $f(t) = U(t) + U(t - 1)$.

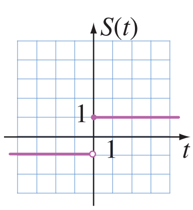
c) $f(t) = T(t - 1) + T(t - 3)$.

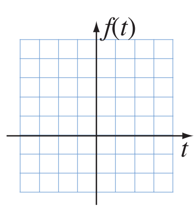
16. Représenter graphiquement et définir par segments la fonction $f(t)$ telle que

$$f(t) = S(t) \times 2\,P(0{,}25t + 0{,}5)$$

où $S(t)$ est la fonction définie par

$$S(t) = \begin{cases} -1 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$





17. Représenter graphiquement et définir par segments la fonction $f(t)$ telle que

$$f(t) = R(t) \times P(0{,}5t + 0{,}5).$$

18. Représenter graphiquement la fonction définie par

$$f(t) = U(t) + U(t - 1) + U(t - 2) + U(t - 3)$$

sachant que $U(t)$ est définie de la façon suivante

$$U(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

19. Représenter graphiquement la fonction définie par

$$f(t) = P(t) - P(t - 1) + P(t - 2) - P(t - 3)$$

sachant que $P(t)$ est définie de la façon suivante

$$P(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

20. Représenter graphiquement la fonction définie par

$$f(t) = 2T(2t - 1) - 2T(2t - 3) + 2T(2t - 5) - 2T(2t - 7)$$

sachant que T(t) est définie de la façon suivante

$$T(t) = \begin{cases} t+1 & \text{si } -1 \leq t < 0 \\ 1-t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

21. Représenter graphiquement la fonction définie par

$$f(t) = 2D(t) + 2D(t - 1) + 2D(t - 2) + 2D(t - 3)$$

sachant que D(t) est définie de la façon suivante

$$D(t) = \begin{cases} t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

4.2 Ondes

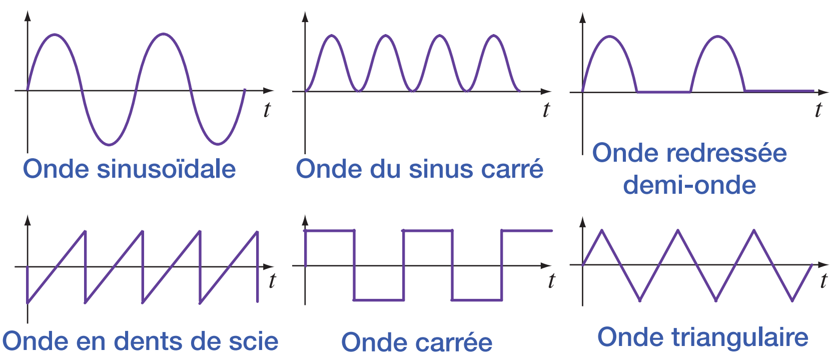
Nous présentons dans cette section la notion d'onde et les caractéristiques de celles-ci. Ces notions seront reprises ultérieurement lors de l'étude des sinusoïdes.

Notion d'onde

Onde

Une **onde** est une fonction constituée d'un même signal qui se répète à intervalles réguliers.

On rencontre différentes formes d'ondes, en voici quelques-unes.



On peut déceler visuellement le signal de base composant chacune de ces ondes.

Onde alternative

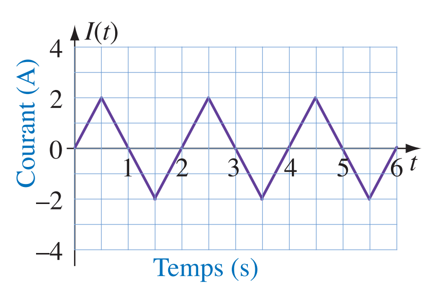
Une **onde alternative** est une onde dont les valeurs sont alternativement positives et négatives.

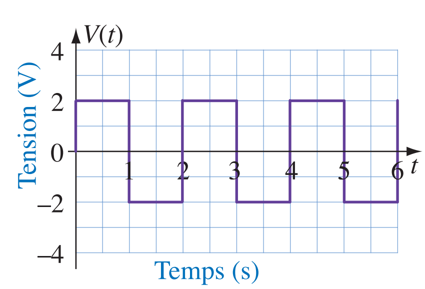
Cycle d'une onde

Un **cycle d'une onde** est la plus petite partie de cette onde comportant la gamme complète des valeurs du signal.

Valeur instantanée d'une onde

La **valeur instantanée d'une forme d'onde** est la valeur en un instant t.





Dans le premier graphique ci-contre, représentant un courant variable en fonction du temps mesuré en secondes, la valeur instantanée à $t = 0{,}5$ s est de 2 A alors qu'à 1 s, le courant est nul, à 1,5 s, il est de –2 A.

Une précision s'impose ! La représentation graphique d'une onde carrée, deuxième figure ci-contre, laisse supposer que la tension peut avoir simultanément différentes valeurs. En pratique, la tension ne peut changer instantanément et passer en un temps nul de 2 à –2 ampères. Cependant, ce changement est tellement rapide que la durée du changement est très petite comparée à l'intervalle de temps entre les variations. Si la durée du changement est d'une nanoseconde (1 ns = 10^{-9} s), cette durée est pratiquement nulle comparée à l'intervalle de temps entre deux variations du courant qui est d'une seconde.

Caractéristiques des ondes

Valeur crête à crête

La **valeur crête à crête** d'une onde est la différence entre sa plus grande valeur et sa plus petite valeur.

Amplitude

L'**amplitude** d'une onde est la moitié de la valeur crête à crête.

REMARQUE
C'est la valeur de crête de la tension alternative appliquée à un circuit qui permet de déterminer le degré minimum d'isolation nécessaire pour protéger le câblage, les composants, l'équipement et le personnel.

Période

La **période** d'une onde est la durée du cycle fondamental qui compose cette onde. On représente la période par la lettre T elle est mesurée en secondes.

Fréquence

La **fréquence** d'une onde est le nombre de fois que le signal qui la compose se répète par seconde. On représente la fréquence par la lettre f, elle est mesurée en hertz (Hz).

On a les relations suivantes entre la période et la fréquence

$$f = \frac{1}{T} \text{ et } T = \frac{1}{f}.$$

La relation entre les unités est $\text{Hz} = \frac{1}{s}$.

Un peu *d'histoire*

HENRICH RUDOLPH HERTZ

1857-1894

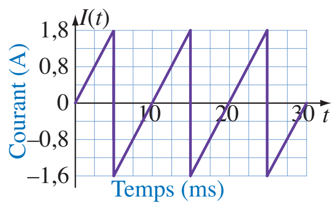
Heinrich Rudolph Hertz (1857-1894) était un physicien allemand. Il a découvert les ondes électromagnétiques qui portent son nom et il a montré que ces ondes sont régies par les même lois que la lumière. Il a également découvert l'effet photoélectrique, établissant ainsi un lien important entre l'optique et l'électricité. Il a laissé son nom à l'unité de mesure de la fréquence, le hertz (Hz).

Il ne semble pas avoir été très convaincu de l'importance de sa découverte des ondes hertziennes, car il a déclaré : « Je suis persuadé que les ondes hertziennes ne serviront jamais à rien ». Heureusement, d'autres physiciens se sont intéressés à ces ondes. En 1890, le Français Edouard Branly (1844-1940) a inventé le « cohéreur » à limaille, composant principal des récepteurs de télégraphie sans fil. En 1896, l'italien Guglieimo Marconi (1874-1937), à l'âge de vingt-deux ans, construisit un poste de télégraphie sans fil à l'aide de l'« éclateur de Hertz », du « cohéreur de Branly » et de l'« antenne de Popov ».

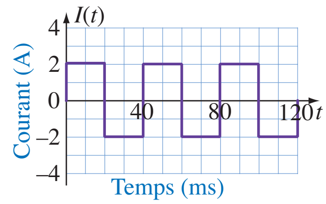
EXEMPLE 4.3.1

Déterminer la valeur crête à crête, l'amplitude, la période et la fréquence des ondes périodiques suivantes.

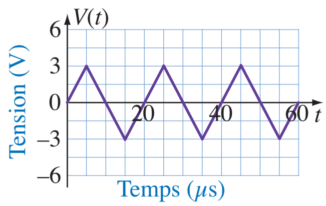
a)



b)



c)



Solution

a) La valeur maximum de l'onde est de 1,6 mA et sa valeur minimum est de –1,6 mA, la valeur crête à crête est alors 1,6 – (–1,6) = 1,6 mA. L'amplitude est de 1,6A. La période est de 10 ms, ce qui signifie que la durée d'un cycle est de 0,01 s. Il y aura donc 100 cycles par seconde, la fréquence est de 100 Hz.

On peut également calculer la fréquence de la façon suivante :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10\text{ ms}} = \frac{1}{10\times10^{-3}\text{ s}} = \frac{10^3}{10\text{ s}} = 1\times10^2\text{ Hz} = 100\text{ Hz.}$$

b) La valeur maximum de l'onde est de 2 A et sa valeur minimum est de –2 A, la valeur crête à crête est alors 2 – (–2) = 4 A. L'amplitude est de 2 A. La période est de 40 ms, ce qui signifie que la durée d'un cycle est de 0,04 s. Il y aura donc 25 cycles par seconde, la fréquence est de 25 Hz.

On peut également trouver la fréquence de la façon suivante :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{40\text{ ms}} = \frac{1}{40\times10^{-3}\text{ s}} = 25\text{ Hz.}$$

c) La valeur maximum de l'onde est de 3 V et sa valeur minimum est de –3 V, la valeur crête à crête est alors 3 – (–3) = 6 V. L'amplitude est de 3 V. La période est de 20 μs. La fréquence est alors

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20\ \ \text{s}} = \frac{1}{20\times10^{-6}\text{ s}} = 50\text{ kHz.}$$

Les ondes peuvent représenter une tension ou un courant associé à une propagation d'énergie comme les ondes sonores ou les ondes radios. Dans ces cas, l'axe horizontal est parfois gradué à l'aide d'une unité de distance. La distance parcourue par l'onde durant un cycle complet est appelée la longueur d'onde. Le symbole de la longueur d'onde est λ (lambda) et l'unité de mesure de la longueur d'onde est le mètre.

La lumière visible, les rayons infrarouges, les rayons ultraviolets et les sons se déplacent dans l'espace sous forme d'ondes. Trois paramètres caractérisent une onde : la longueur d'onde, la fréquence et la vitesse.

Longueur d'onde

La **longueur d'onde**, représentée par la lettre grecque λ (lambda), est la distance entre deux crêtes consécutives de l'onde. Elle se mesure en mètres (m).

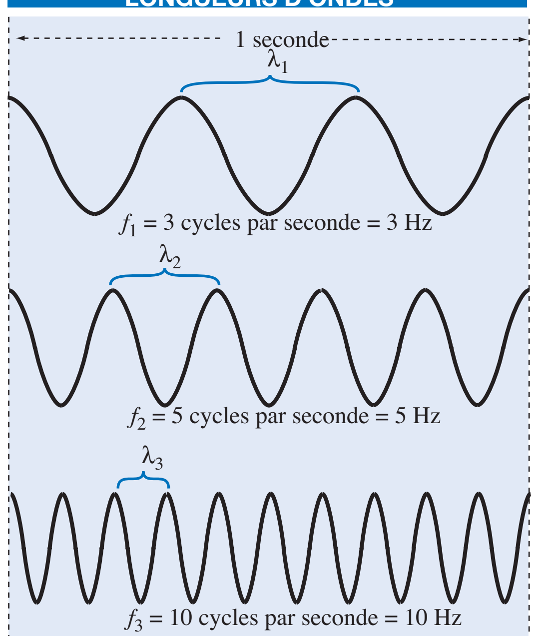
Soit une onde dont la fréquence est de f cycles par seconde (f Hz) et dont la longueur d'onde est de λ m. Les f cycles parcourus en une seconde ont une longueur totale de $f\lambda$ m. L'onde parcourt donc $f\lambda$ m/s. C'est sa vitesse de propagation

$$v = f\lambda$$

où f est la fréquence en hertz (Hz), λ est la longueur d'onde en mètres (m) et v est la vitesse de propagation en mètres par seconde (m/s).

Dans l'illustration suivante, les trois ondes ont la même vitesse, mais des longueurs d'onde et des fréquences différentes.

LONGUEURS D'ONDES



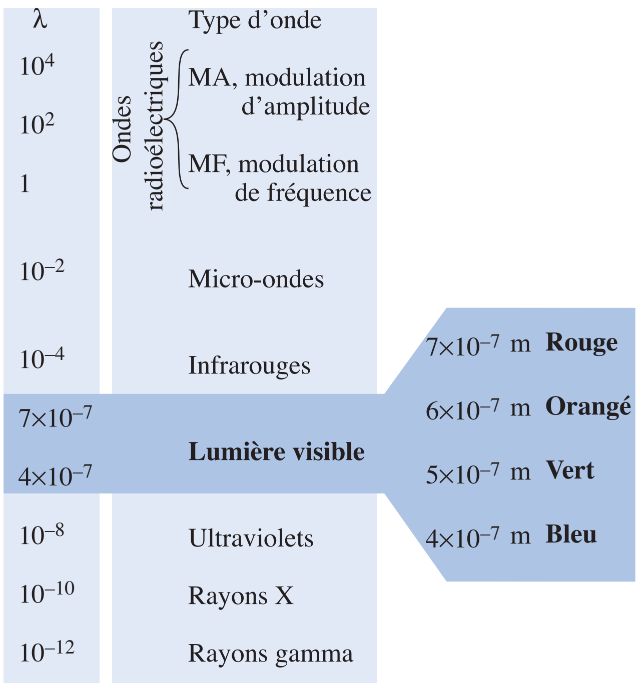
Radiation électromagnétique

La radiation électromagnétique est l'une des formes de déplacement de l'énergie dans l'espace. Ce type de radiation est une onde qui se déplace à la vitesse de la lumière. On désigne sa vitesse par la lettre c et sa fréquence par la lettre grecque ν (nu)

$$\lambda\nu = c.$$

La lumière visible, l'énergie solaire, les ondes radio font partie des radiations électromagnétiques. Le spectre de ces ondes est donné dans la figure suivante.

RADIATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES



EXEMPLE 4.3.2

Déterminer la fréquence d'une lumière rouge dont la longueur d'onde est de 650 nm.

Solution

On connaît la vitesse, c'est celle de la lumière, $c = 2{,}9979 \times 10^8$ m/s. On peut déterminer la fréquence ν puisqu'on connaît aussi la longueur d'onde λ :

$$\lambda\nu = c.$$

Il faut d'abord exprimer la longueur d'onde en mètres. Puisque $\lambda = 650$ nm, alors

$$\lambda = 6{,}50 \times 10^2 \text{ nm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^9 \text{ nm}} = 6{,}50 \times 10^{-7} \text{ m}.$$

En isolant ν et en remplaçant c et λ par leurs valeurs, on obtient

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{2{,}997\,9 \times 10^8 \text{ m/s}}{6{,}50 \times 10^{-7} \text{ m}} = 0{,}461\,21... \times 10^{15}.$$

La fréquence de la lumière rouge est de $4{,}61 \times 10^{14}$ Hz, si on arrondit à trois chiffres significatifs.

EXEMPLE 4.3.3

Le son dans l'air a une vitesse de 336 m/s. Trouver la longueur d'onde d'un son dont la fréquence est de 20 Hz.

Solution

Puisque $v = f\lambda$, en isolant λ, on obtient

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

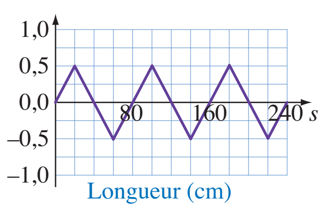
et, par substitution, on a

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{336 \text{ m/s}}{20 \text{ Hz}} = \frac{336 \text{ m/s}}{20 \text{ 1/s}} = 16{,}8 \text{ m.}$$

Dans le cas des ondes radio, la vitesse de propagation est la vitesse de la lumière, c, qui vaut en 3×10^8 m/s.

EXEMPLE 4.3.4

Le graphique ci-contre représente une onde radio. Calculer la fréquence de cette onde en mégahertz.



Solution

Puisque $v = f\lambda$, en isolant f, on obtient

$$f = \frac{v}{\lambda}.$$

Le graphique permet de constater que la longueur d'onde est de 80 cm. Exprimée en mètres, cette longueur d'onde est de 0,8 m. De plus, la vitesse v est de 3×10^8 m/s puisqu'il s'agit d'une onde radio. Par substitution, on a

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{0{,}8 \text{ m}} = 3{,}75 \times 10^8 \text{ Hz}$$

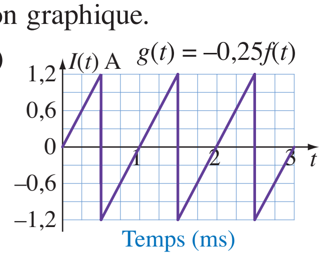
$$= 375 \times 10^6 \text{ Hz} = 375 \text{ MHz.}$$

La fréquence est donc de 375 mégahertz.

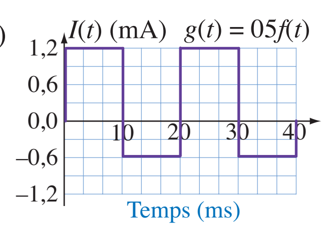
EXEMPLE 4.3.5

Un composant électronique effectue la transformation indiquée sur le signal d'entrée. Donner les caractéristiques de l'onde de sortie et esquisser son graphique.

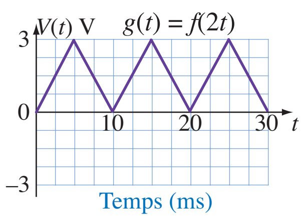
a)



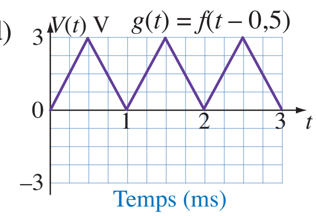
b)



c)

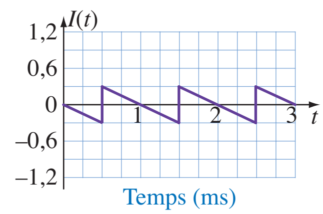


d)



Solution

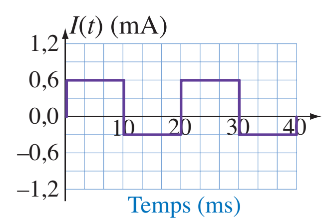
a) Les valeurs du signal sont multipliées par –0,25. Le signe négatif a pour effet d'in verser le graphique par rapport à l'horizontale et le facteur 0,25 atténue le signal (ou comprime verticalement le graphique). L'amplitude de l'onde de sortie est le quart de l'amplitude de l'onde d'entrée. L'amplitude d'entrée étant de 1,2 A, l'amplitude de sortie est de 0,3 A. La fréquence et la période demeurent inchangées, la période est de 1 ms ou 0,001 s et la fréquence est de 1 kHz. La représentation graphique de la sortie est celle ci-contre.



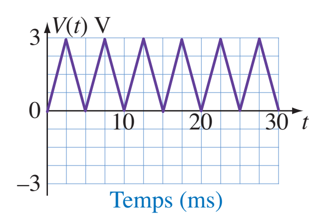
b) La transformation a pour effet de multiplier la valeur de crête à crête par 0,5. La valeur maximum de l'onde d'entrée est de 1,2 mA et la valeur minimum est de - 0,6 mA. La valeur crête à crête du signal d'entrée est donc de

$$1{,}2 - (-0{,}6) = 1{,}8 \text{ mA.}$$

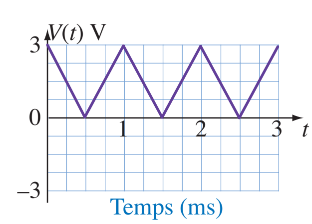
et son amplitude est de 0,9 mA. Le signal est atténué d'un facteur 0,5; l'amplitude de l'onde de sortie est donc de 0,45 mA. La période et la fréquence demeurent inchangées. La période est de 20 ms ou de 0,02 s et la fréquence est de 50 Hz.



c) La valeur maximum de l'onde d'entrée est de 3 V et sa valeur minimum est de 0 V. La valeur crête à crête est de 3 V et l'amplitude est de 1,5 V. Par la transformation, cette amplitude demeure inchangée Le composant électronique a pour effet de multiplier la fréquence par 2 et donc de diviser la période par 2. La période de l'onde d'entrée est de 10 ms, celle de l'onde de sortie est de 5 ms. La fréquence de l'onde d'entrée est de 100 Hz, celle de l'onde de l'onde de sortie est donc de 200 Hz.



d) L'amplitude demeure inchangée, elle est de 1,5 V. La période et la fréquence sont également inchangées. La période est de 1 ms et la fréquence de 1 kHz. Cependant, l'onde subit un déplacement horizontal vers la droite, le temps initial étant à $t - 0{,}5 = 0$ ce qui donne $t = 0{,}5$ ms. Le signal est donc retardé de 0,5 millisecondes.

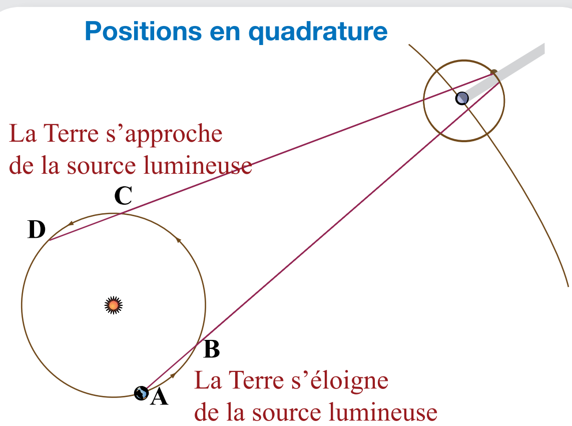


Un peu *d'histoire*

VITESSE DE LA LUMIÈRE

Aristote (NH Aristote01) croyait que la lumière se propageait instantanément et tous les savants, jusqu'à Galilée, partageaient cette conviction (NH Galilée01). Galilée est le premier savant à douter de la validité de cette croyance. Il a tenté de démontrer expérimentalement que la vitesse de la lumière est finie. L'expérience consistait à placer en des lieux élevés deux hommes munis chacun d'une lanterne masquées par un écran. Le premier découvre sa lanterne et déclenche en même temps un mécanisme de mesure du temps. Le second découvre sa lanterne dès qu'il aperçoit la lumière de l'autre et le premier arrête son horloge dès qu'il aperçoit la lumière du second. Cette expérience n'a pas donné de résultats concluants à cause, d'une part, le temps de réaction des expérimentateurs et d'autres part, les mécanismes de mesure du temps de l'époque qui n'avaient pas la précision nécessaire pour mesurer des durées aussi petites.

En 1676, l'astronome danois Ole Christensen Rømer travaillant à l'observatoire de Paris étudie les éclipses du satellite Io de Jupiter (NH Rømer, Lumière, Rømer). Lorsque Io est dans le cône d'ombre de Jupiter, elle n'est pas visible de la Terre. La période de révolution du satellite sur son orbite est le temps écoulé entre deux immersions ou deux émersions consécutives de Io de la zone d'ombre de Jupiter. En se servant de cette observation, Rømer en déduit que la lumière prend un peu plus de 16 minutes pour parcourir le diamètre de l'orbite terrestre. Rømer ne calcule pas la vitesse de la lumière, mais il démontre pour la première fois que cette vitesse est finie[1].

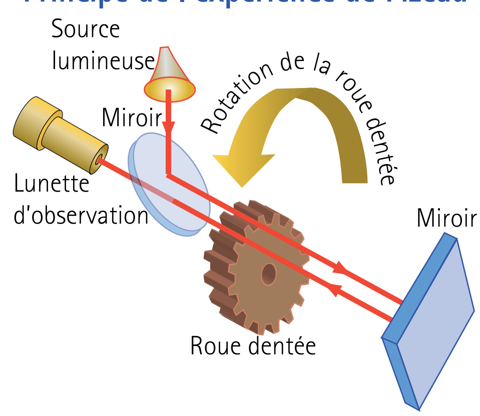


Principe des observations de Rømer

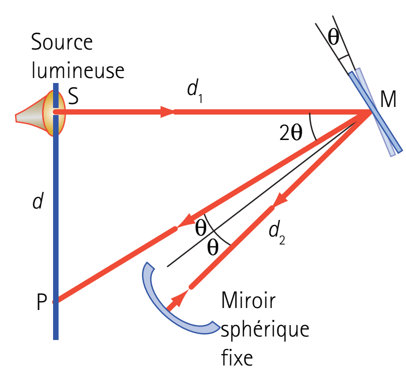
1. Pour bien comprendre les principes des procédés utilisés pour mesurer la vitesse de la lumière, il faut visionner les vidéos.

L'expérience de Rømer sur la vitesse de la lumière se fondait sur des observations astronomiques et montrait que la vitesse de la lumière est finie. Mais quelle est cette vitesse ? Peut-on réaliser des expériences permettant de calculer précisément cette vitesse sans avoir recours aux observations astronomiques ? Au début du XIX^{e} siècle, deux expériences furent réalisées sur Terre pour calculer cette vitesse. L'une par Louis Hyppolite Fizeau (NH Fizeau, Lumière, Fizeau).

Principe de l'expérience de Fizeau



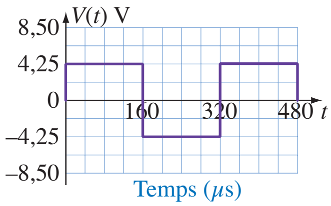
L'autre expérience fut réalisée par Léon Foucault (NH Foucault01, Lumière, Foucault). De plus, Foucault a répété son expérience dans l'eau, ce qui a démontré que la vitesse de la lumière est différente dans l'air et dans l'eau. On doit également à Foucault une expérience démontrant la rotation de la Terre à l'aide d'un pendule (NH Foucault02).

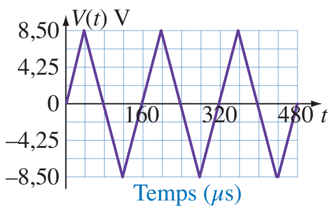


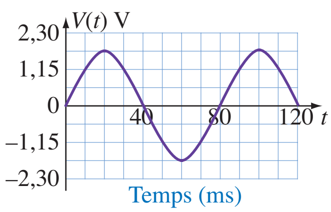
Principe des observations de Foucault

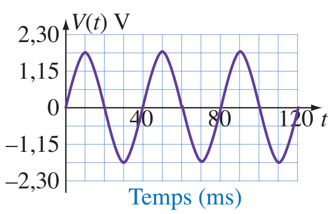
4.4 Exercices

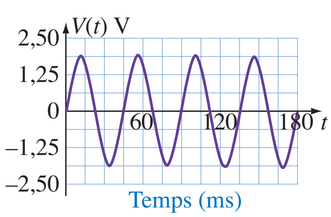
Déterminer la période et la fréquence des ondes périodiques suivantes.

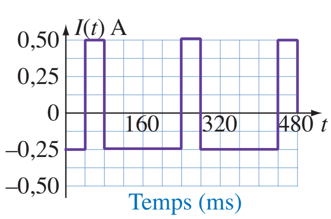
1.


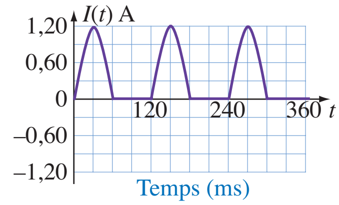
2.


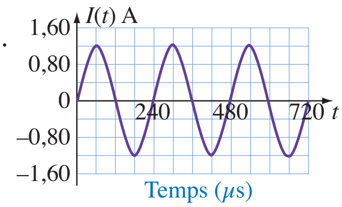
3.


4.


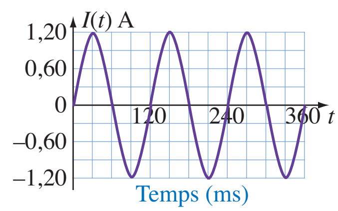
5.


6.


7.


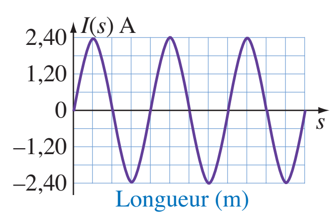
8.


9. Le graphique suivant représente une onde radio. Déterminer l'amplitude, la période et la fréquence en mégahertz de cette onde.



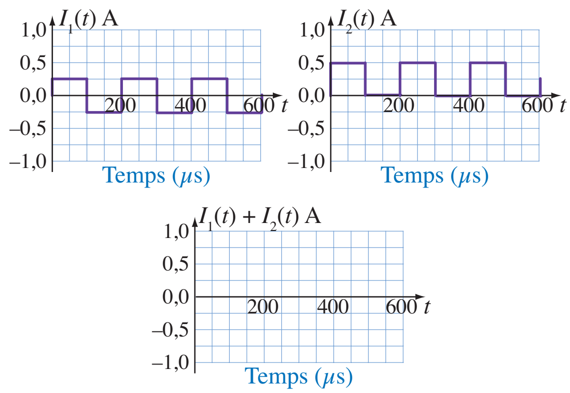
10. Le son dans l'air a une vitesse de 336 m/s. Trouver la longueur d'onde d'un son dont la fréquence de 30 Hz.

11. Le graphique suivant représente une onde radio. Sachant que la fréquence de cette onde est de 30 mégahertz, donner les graduations de l'axe horizontal en mètres.

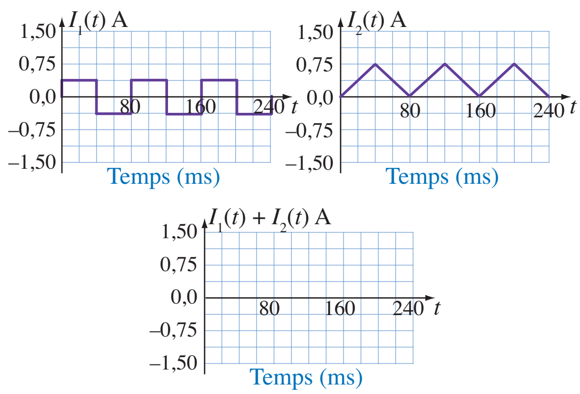


Déterminer graphiquement l'onde obtenue en faisant la somme des ondes illustrées. Déterminer la valeur crête à crête, la fréquence et la période de chacune des ondes initiales et de l'onde résultante et représenter celle-ci graphiquement.

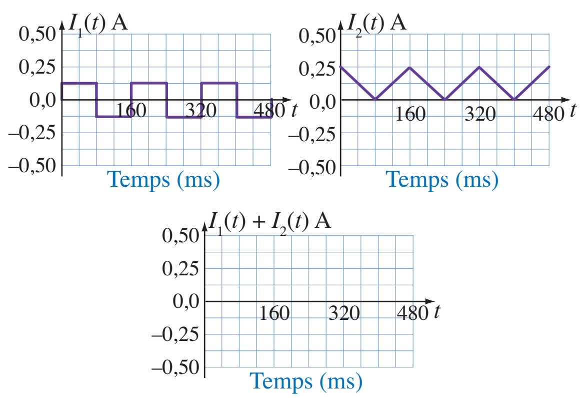
12.



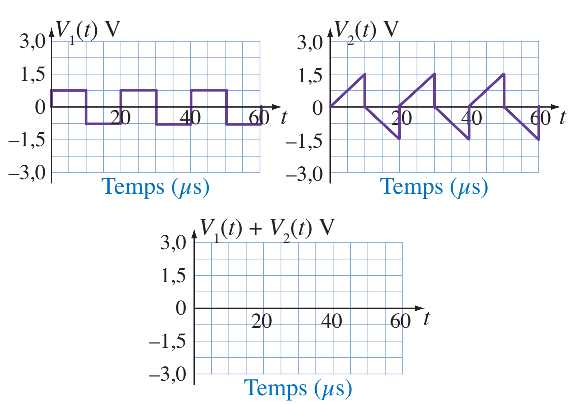
13.



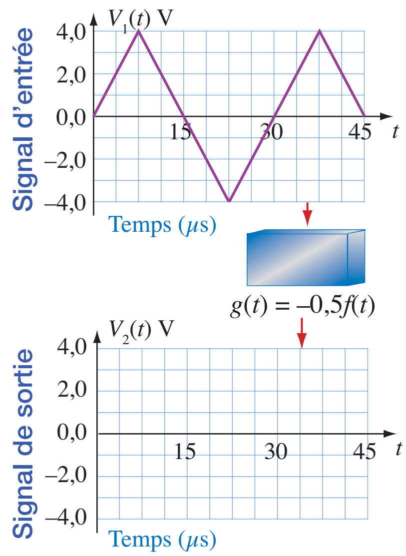
14.



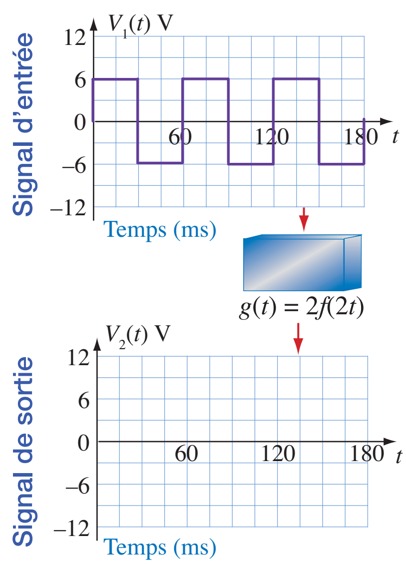
15.



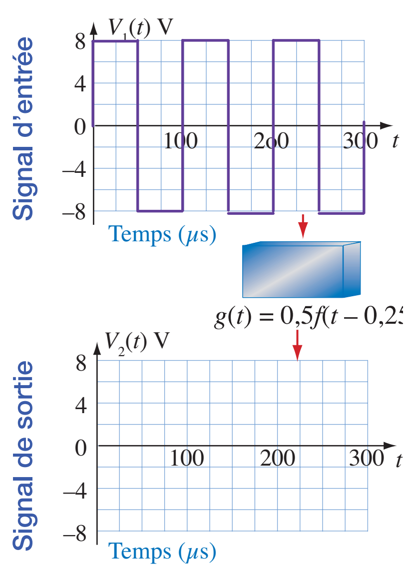
16.



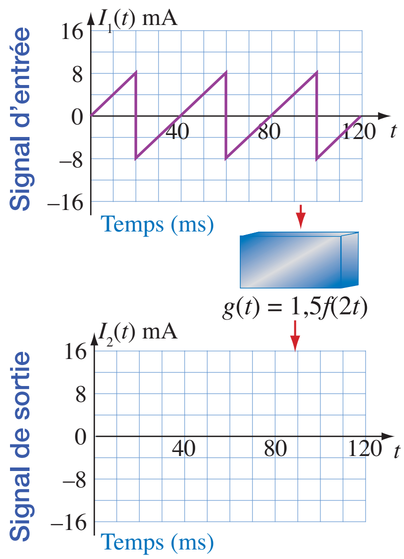
17.



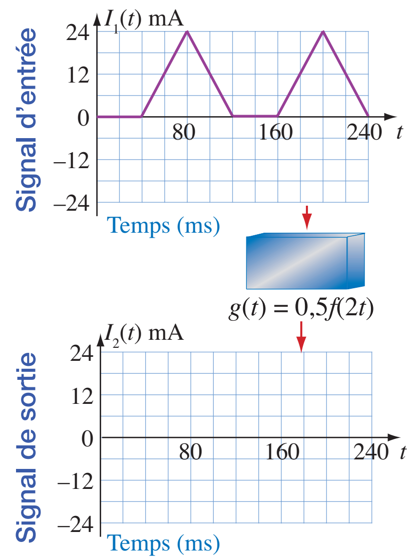
18.



19.



20.



RELATIONS ET PROCÉDURES DE CALCULS SUR LA LONGUEUR D'ONDE

	Calcul de la longueur d'onde	Calcul de la la vitesse de propagation	Calcul de la fréquence
Information nécessaire	Vitesse de propagation et fréquence	Longueur d'onde et fréquence	Vitesse de propagation et longueur d'onde
Unités de mesure de l'information	mètres par seconde (m/s) et hertz (Hz = 1/s)	mètres (m) et hertz (Hz = 1/s)	mètres par seconde (m/s) et mètres(m)
Relations	$\lambda = \frac{v}{f}$ $\mathrm{m} = \frac{\mathrm{m/s}}{\mathrm{Hz}} = \frac{\mathrm{m/s}}{1/\mathrm{s}}$	$v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$ $\mathrm{m/s} = \mathrm{Hz} \cdot \mathrm{m} = 1/\mathrm{s} \cdot \mathrm{m}$	$f = \frac{\lambda}{\lambda}$ $\mathrm{Hz} = \frac{\mathrm{m/s}}{\mathrm{m}} = \frac{1}{\mathrm{s}}$

Exercices récapitulatifs

1. Expliquer en vos propres mots ce qu'est la valeur crête à crête d'une onde.
2. Expliquer en vos propres mots ce qu'est l'amplitude d'une onde.
3 Expliquer en vos propres mots ce qu'est la période d'une onde.
4. Expliquer en vos propres mots ce qu'est la fréquence d'une onde.
5. Quelle est la relation entre la période et la fréquence?
6. Expliquer en vos propres mots ce qu'est la longueur d'une onde sonore.

7. Quelle est la relation entre la fréquence et la longueur d'une onde sonore?

8. Soit une fonction $f(t)$ quelconque, décrire en vos propres mots l'effet de la transformation $Af(t)$ sur cette fonction pour $A = 3$.

9. Soit une fonction $f(t)$ quelconque, décrire en vos propres mots l'effet de la transformation $Af(t)$ sur cette fonction pour $A = 0{,}25$.

10. Soit une fonction $f(t)$ quelconque, décrire en vos propres mots l'effet de la transformation $Af(t)$ sur cette fonction pour $A = -2$.

11. Soit une fonction $f(t)$ quelconque, décrire en vos propres mots l'effet de la transformation $f(t) + B$ sur cette fonction pour $B = 1$.

12. Soit une fonction $f(t)$ quelconque, décrire en vos propres mots l'effet de la transformation $f(t) + B$ sur cette fonction pour $B = -2$.

13. Soit une fonction $f(t)$ quelconque, décrire en vos propres mots l'effet de la transformation $f(\alpha t)$ sur cette fonction pour $\alpha = 2$.

14. Soit une fonction $f(t)$ quelconque, décrire en vos propres mots l'effet de la transformation $f(\alpha t)$ sur cette fonction pour $\alpha = 0{,}5$.

15. Soit une fonction $f(t)$ quelconque, décrire en vos propres mots l'effet de la transformation $f(\alpha t)$ sur cette fonction pour $\alpha = -2$.

16. Soit une fonction $f(t)$ quelconque, décrire en vos propres mots l'effet de la transformation $f(t + \beta)$ sur cette fonction pour $\beta = -1{,}5$.

17. Soit une fonction $f(t)$ quelconque, décrire en vos propres mots l'effet de la transformation $f(t + \beta)$ sur cette fonction pour $\beta = 0{,}5$.

18. Soit la fonction $f(x) = x^2$, donner la définition des fonctions obtenues par les transformations suivantes et représenter graphiquement.

a) $g(x) = 2f(x)$
b) $g(x) = f(x) + 3$
c) $g(x) = f(0{,}5x)$
d) $g(x) = f(x - 2)$
e) $g(x) = f(x - 3) + 2$
f) $g(x) = f(2x - 4)$

19. Soit la fonction $f(x) = 1/x$, donner la définition des fonctions obtenues par les transformations suivantes et représenter graphiquement.

a) $g(x) = f(x - 1)$
b) $g(x) = f(x - 1) + 1$
c) $g(x) = f(x + 1)$
d) $g(x) = f(x - 1) - 0{,}5$