

Daniel Bernoulli

1700-1782

Daniel Bernoulli est l'auteur de la première utilisation d'un modèle mathématique en médecine. Le problème qu'il cherche à résoudre est celui de l'inoculation de la variole comme mesure de protection de la population.

Daniel Bernoulli

Épidémiologie

DONNÉES DE BRESLAU

An	Survivants	An	Survivants
1	1 000	43	417
2	855	44	407
3	798	45	397
4	760	46	387
5	732	47	377
6	710	48	367
7	692	49	357
8	680	50	346
9	670	51	335
10	661	52	324
11	653	53	313
12	646	54	302
13	640	55	292
14	634	56	282
15	628	57	272
16	622	58	262
17	616	59	252
18	610	60	242
19	604	61	232
20	598	62	222
21	592	63	212
22	586	64	202
23	579	65	192
24	572	66	182
25	567	67	172
26	560	68	162
27	553	69	152
28	546	70	142
29	539	71	131
30	531	72	120
31	523	73	109
32	515	74	98
33	507	75	88
34	499	76	78
35	490	77	68
36	481	78	58
37	472	79	49
38	463	80	41
39	454	81	34
40	445	82	28
41	436	83	23
42	427	84	19

En 1734, à son retour de Russie, Daniel Bernoulli soumet pour le Grand prix de l'Académie des sciences un texte sur l'astronomie. Jean Bernoulli soumet lui aussi un texte pour ce prix et les deux sont déclarés gagnants conjointement. Furieux de la concurrence de son fils, Jean chasse Daniel de la demeure familiale. À partir de cette époque, Daniel a accordé de moins en moins d'importance à ses recherches en mathématiques pour se consacrer aux recherches en médecine et en économie. Toutefois, en 1738, il publie *Hydraulodynamica* qui contient la première analyse correcte de l'écoulement de l'eau par un orifice dans un réservoir. L'année suivante, Jean publie *Hydraulica* qui reprend les idées de Daniel, mais Jean indique 1732 au lieu de 1739 comme année de rédaction pour tenter de faire croire qu'il est le véritable auteur de ces développements et jeter le discrédit sur Daniel. La relation père fils s'était grandement détériorée avec le temps.

En 1750, Daniel devient titulaire de la chaire de physique, matière qu'il enseigne pendant 26 ans et il agrmente ses cours en réalisant des expériences devant ses étudiants. Il reçoit plusieurs fois le prix de l'Académie de Paris : en 1740, conjointement avec Euler, pour un travail sur la théorie des marées de Newton, en 1743 et en 1746 pour des essais sur le magnétisme, en 1747 pour une mé-

thode permettant de déterminer l'heure en mer¹, en 1751, 1753 et 1757 pour des essais sur des problèmes de navigation.

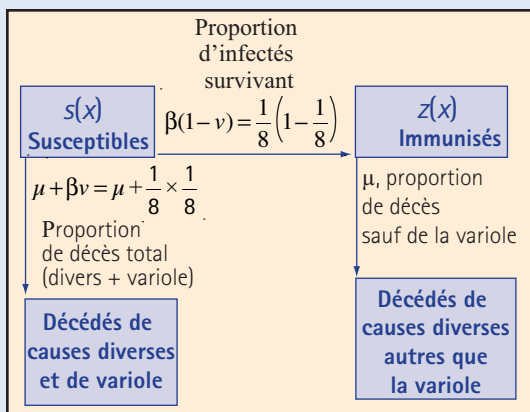
Inoculation

En avril 1760, l'Académie Royale des Sciences de Paris présente en lecture publique *Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole², et des avantages de l'inoculation pour la prévenir*. À cette époque, la variole fait des ravages en Europe. Dans l'empire ottoman, on pratique déjà l'inoculation qui consiste à infecter une personne avec une forme atténuée de la maladie. La femme de l'ambassadeur de Grande-Bretagne à Constantinople rapporte cette pratique en Angleterre où les résultats sont mitigés à cause entre autres d'un protocole d'inoculation différent de celui utilisé en Turquie. Le débat sur la pertinence de l'inoculation fait rage.

Daniel Bernoulli a alors l'idée de consulter les données compilées par Edmund Halley (1656-1742) pour la ville de Breslau et d'en filtrer l'information cachée concernant la variole. La table de données de Halley qui porte sur 84 années est donnée dans la colonne de gauche.

1. Pouvoir déterminer l'heure en mer signifie pouvoir déterminer sa longitude, une information cruciale pour la navigation.
2. La petite vérole désignait la variole et la grande vérole désignait la syphilis.

Daniel étudie ces données et cherche à en extraire une estimation quantitative des avantages et désavantages de l'inoculation antivariolique. Il note $\xi(x)$ le nombre de survivants au temps x et, par interpolation, détermine $\xi(0) = 1\ 300$. Il considère que la population peut être scindée en deux groupes. Ceux qui sont « immunisés » car ils ont déjà été affectés par la maladie et ceux qui n'ont pas eu la maladie et qui sont donc « susceptibles » d'être infectés. Il connaît les estimations, pour l'époque : du taux d'attaques de la variole par année et par susceptible³, $\beta = 1/n \approx 1/8$; la proportion de personnes contaminées qui décèdent de la variole, $\nu = 1/m \approx 1/8$ et la proportion de personnes qui meurent des suites de l'inoculation, soit $1/N \approx 1/200$.



$$s(x) = \frac{m}{(m-1)e^{x/n} + 1} \xi(x)$$

$$= \frac{8}{7e^{x/8} + 1} \xi(x)$$

qui décrit le nombre de personnes susceptibles dans la cohorte de Halley. Le nombre de survivants dans une population sans variole :

$$z(x) = \frac{me^{x/n}}{(m-1)e^{x/n} + 1} \xi(x)$$

$$= \frac{8e^{x/8}}{7e^{x/8} + 1} \xi(x)$$

Le nombre de survivants dans une population inoculée systématiquement est :

$$\frac{N-1}{N} z(x) = \frac{N-1}{N} \frac{me^{x/n}}{(m-1)e^{x/n} + 1} \xi(x)$$

$$= \frac{199}{200} \times \frac{8e^{x/8}}{7e^{x/8} + 1} \xi(x)$$

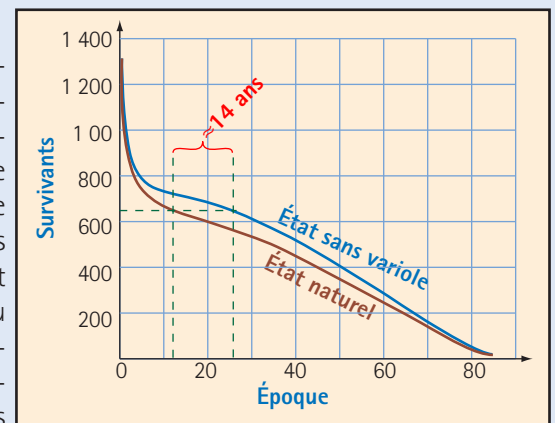
À l'aide de ce dernier modèle, Daniel Bernoulli calcule qu'en inoculant toute la population, l'espérance de vie passerait de 26 ans et 7 mois à 29 ans et 7 mois, soit un gain moyen de trois ans. Ce n'est pas le seul avantage de l'inoculation, comme on le constate sur le graphique ci-contre, il y a une augmentation de l'âge médian de la population d'environ 14 ans, soit d'environ 11,25 à 25,5 années.

À l'aide de cette information, il répartit les survivants de chacune des années en deux sous-groupes, les susceptibles et les immunisés. Il calcule alors le nombre de personnes infectées durant l'année en prenant la moyenne des susceptibles de l'année courante et de l'année précédente multipliée par le taux d'attaques de la variole. On peut lire le résultat de cette répartition de 0 à 24 ans dans le tableau en haut de la page à droite.

Daniel Bernoulli détermine alors trois modèles mathématiques :

3. Les valeurs de $n = 8$, de $m = 8$ et de $N = 200$, du taux d'attaques, du taux de mortalité dû à la variole et du taux de mortalité dû à l'inoculation sont des estimations faites par Bernoulli à partir des statistiques de l'époque.

DONNÉES DE Breslau Réparties					
An	Survivants	Susceptibles	Immunisés	Infectés	Décès Variole
0	1 300	1 300	0		
1	1 000	896	104	137	17,1
2	855	685	170	99	12,4
3	798	571	227	78	9,7
4	760	485	275	66	8,3
5	732	416	316	56	7,0
6	710	359	351	48	6,0
7	692	311	381	42	5,2
8	680	272	408	36	4,5
9	670	237	433	32	4,0
10	661	208	453	28	3,5
11	653	182	471	24,4	3,0
12	646	160	486	21,4	2,7
13	640	140	500	18,7	2,3
14	634	123	511	16,6	2,1
15	628	108	520	14,4	1,8
16	622	94	528	12,6	1,6
17	616	83	533	11,0	1,4
18	610	72	538	9,7	1,2
19	604	63	541	8,4	1,0
20	598	56	542	7,4	0,9
21	592	48,5	543	6,5	0,8
22	586	42,5	543	5,6	0,7
23	579	37	542	5,0	0,6
24	572	32,4	540	4,4	0,5



En novembre 1760, d'Alembert présente à l'Académie des sciences une violente critique de l'essai de Daniel Bernoulli, critique qui fut imprimée dans les *Opuscules* de d'Alembert en 1761. Le compte-rendu de la présentation de l'essai de Bernoulli ne fut imprimé qu'en 1765 dans les *Comptes Rendus* de l'Académie. Ce décalage a nui à la reconnaissance de l'importance du modèle de Bernoulli qui ne fut reconnue qu'au XX^e siècle.