



Niels Henrik Abel
1802-1829

Tout comme Galois, Niels Henrik Abel s'est intéressé très jeune au problème de la résolution des équations du cinquième degré, mais il s'est également intéressé aux fonctions elliptiques. Tout comme Galois, il est mort très jeune sans avoir eu le temps de réaliser ses ambitions. Galois est mort dans les bras de son jeune frère, Abel dans les bras de sa fiancée.

Niels Henrik Abel

Niels Henrik Abel est un mathématicien norvégien né le 5 août 1802, à Frindø près de Stavanger. Il est connu pour ses travaux en analyse mathématique sur la semi-convergence des séries numériques, des suites et séries de fonctions, sur les critères de convergence d'intégrale généralisée et sur la notion d'intégrale elliptique; en algèbre, sur la résolution des équations.

Abel, deuxième d'une famille de sept enfants, passa ses premières années dans un pays frappé par la famine du fait du blocus continental, Napoléon ayant contraint les couronnes de Norvège et du Danemark à rejoindre sa coalition contre l'Angleterre. Son père, Sören Georg Abel, éduqua lui-même ses deux fils aînés jusqu'en 1815, puis les envoya à l'école Cathédrale de Christiania. Dans cette école, le latin, le grec et la religion étaient enseignés à l'ancienne, avec punitions et châtiments corporels. Abel n'y échappa pas et, à l'automne 1816, il quitta provisoirement l'école. La situation évolua en 1817 à la suite du renvoi du professeur Hans Peter Bader, consécutif au décès d'un élève. L'école recrute un jeune enseignant ouvert aux idées nouvelles et intéressé par les mathématiques, Bernt Michael Holmboë. Celui-ci fait travailler les élèves individuellement en leur proposant divers problèmes. Abel se prend au jeu et découvre qu'il est capable de résoudre des problèmes qui sont trop

difficiles pour les autres élèves. Il se passionne alors pour les mathématiques, y consacre tout son temps et assimile les ouvrages de mathématiques que Holmboë lui prête. Ce dernier écrit dans le carnet scolaire d'Abel de 1815 : « Un don mathématique exceptionnel ». L'année suivante, il note : « ... s'il vit, il sera probablement un grand mathématicien ».

Abel s'attaque alors à un des problèmes importants de l'époque : comment résoudre les équations du cinquième degré à l'aide des radicaux. Croyant avoir trouvé la solution, il la soumet à Holmboë et à Hansteen (Christopher, 1784-1873), professeur de mathématiques appliquées à l'Université d'Oslo. Ceux-ci ne détectent pas d'erreur et le manuscrit est envoyé au mathématicien danois Degen (Charles-Ferdinand, 1766-1825), qui ne détecte pas de faute non plus. Connaissant l'ampleur du problème, Degen suggère cependant à Abel de clarifier son texte et de produire des exemples. Il en profite pour lui suggérer de s'attaquer à une branche des mathématiques ayant plus d'applications, les fonctions elliptiques. En développant des applications numériques, Abel constate rapidement que sa solution des équations du cinquième degré n'est pas applicable dans tous les cas.

En 1821, Abel entre à l'Université où il a des notes médiocres, sauf en mathé-

matiques où ses notes sont excellentes. Au printemps 1823, il reçoit une bourse pour aller présenter ses travaux aux mathématiciens danois. Il y rencontre Degen qui est impressionné par les résultats d'Abel sur les intégrales elliptiques. Il y fait également la connaissance d'une jeune danoise, Christine Kemp, surnommée Crelly, avec qui il entretient par la suite une correspondance amoureuse. De retour de son voyage, il se plonge à nouveau dans le problème de la résolution des équations du cinquième degré et il prouve l'impossibilité de les résoudre par des radicaux. Apprenant qu'une famille d'un village à une journée de voyage d'Oslo cherche une gouvernante, il propose à Crelly de faire application pour se rapprocher, ce qu'elle fait.

Il obtient ensuite une bourse pour deux ans afin de se rendre à Paris, puis à Göttingen pour y rencontrer Gauss. Parti à l'été 1825 avec deux de ses amis, il fait un détour par Berlin où il rencontre Crelle (Auguste Léopold, 1780-1855) qui songe à créer un journal de mathématiques, le *Journal de Crelle*, et sollicite la collaboration d'Abel. De novembre 1825 à février 1826, Abel rédige six articles, dont l'un contient la preuve de l'impossibilité de résoudre l'équation du cinquième degré par radicaux. Dans un autre article, il démontre le critère de sommabilité d'Abel sur les séries semi-convergentes.

En mars 1826, Abel quitte Berlin et rejoint Paris au mois de juillet en faisant un détour par Freiberg, Dresde, Vienne et Venise.

Encore inconnu, Abel ne parvient pas à entrer en contact avec les mathématiciens français dont il a lu les livres, Adrien-Marie Legendre, Siméon Denis Poisson et Augustin Louis Cauchy. Pour se faire reconnaître, il dépose à la fin du mois d'octobre auprès de l'Académie des sciences un mémoire intitulé *Recherches sur une propriété générale d'une classe très large de fonctions transcendentes*. Ce travail aboutit à une formule générale pour additionner deux intégrales el-

liptiques. Le rapporteur désigné, Cauchy, impressionné par la longueur du mémoire et la technicité du contenu, en remet la lecture à plus tard. Dans l'attente d'une invitation qui ne viendra pas, Abel peut lire une nouvelle édition augmentée du *Traité des fonctions elliptiques* de Legendre. Il rédige alors deux articles pour le *Journal de Crelle* intitulés *Recherche sur les fonctions elliptiques* (mémoire 1 et mémoire 2) et publiés en 1827 et 1828. Lassé et à court d'argent, il quitte finalement Paris en décembre 1826.

De retour en Norvège, Abel ne peut obtenir de poste stable à l'université, et doit accepter un travail de répétiteur dans une académie militaire récemment créée. Quelques mois seulement après son retour, il contracte la tuberculose. C'est à ce moment que Jacobi publie ses premiers résultats sur les intégrales elliptiques : d'abord un théorème sur les transformations rationnelles dans ces intégrales, puis une formule d'inversion. En mai 1828, Abel généralise le résultat de Jacobi sur les transformations rationnelles. Ce dernier est enthousiaste et fait à Legendre l'éloge d'Abel.

Malgré ses succès en mathématiques, Abel se sent bien seul à Oslo et à l'approche de Noël, il envisage de se rendre à Froland pour y retrouver Crelly, ce que lui déconseillent son médecin et ses amis. Pour se rendre à Froland, il faut faire un voyage de plusieurs jours en traîneau, mais Abel ne peut résister au désir de voir celle qu'il aime pour Noël. Il échafaude avec elle des projets d'avenir, mais, le 9 janvier, alors qu'il doit repartir pour Oslo, il est pris de violentes quintes de toux et crache le sang. Le médecin appelé à son chevet prescrit le repos complet. La santé d'Abel s'améliore quelque temps pour se détériorer à nouveau. Il meurt le 6 avril 1829.

Abel et les équations

Abel s'exprime ainsi : « [...] on se proposait de résoudre les équations sans savoir si cela était possible. Dans ce cas, on pouvait bien parvenir à la résolution, quoique ce ne fût nullement certain [...] Au lieu de demander une relation dont on ne sait pas si elle existe ou non, il faut se demander si une telle relation est en effet possible. »

En 1826, Abel part du résultat et suppose qu'il existe une formule, fonction rationnelle de radicaux, qui donne la solution d'une équation de degré 5. Il sait qu'elle est à même d'exprimer 5 racines différentes et qu'en conséquence, elle possède un comportement précis vis-à-vis des permutations des variables, déjà étudiées par Vandermonde, Lagrange puis Cauchy. Il démontre que ce comportement introduit une absurdité.

Prix Abel

À l'occasion du bicentenaire de la mort d'Abel, l'Académie norvégienne des sciences et des lettres, en collaboration avec la Société européenne de mathématiques et l'Union mathématique internationale, a créé le prix Abel qui est décerné tous les ans. Le prix récompense un travail de premier ordre dans le domaine des mathématiques. Le travail sélectionné peut avoir permis de résoudre des problèmes fondamentaux, apporté des techniques riches de conséquences, des principes synthétiques, ou avoir ouvert de nouveaux champs d'investigation. Le montant du prix est d'environ un million de dollars.