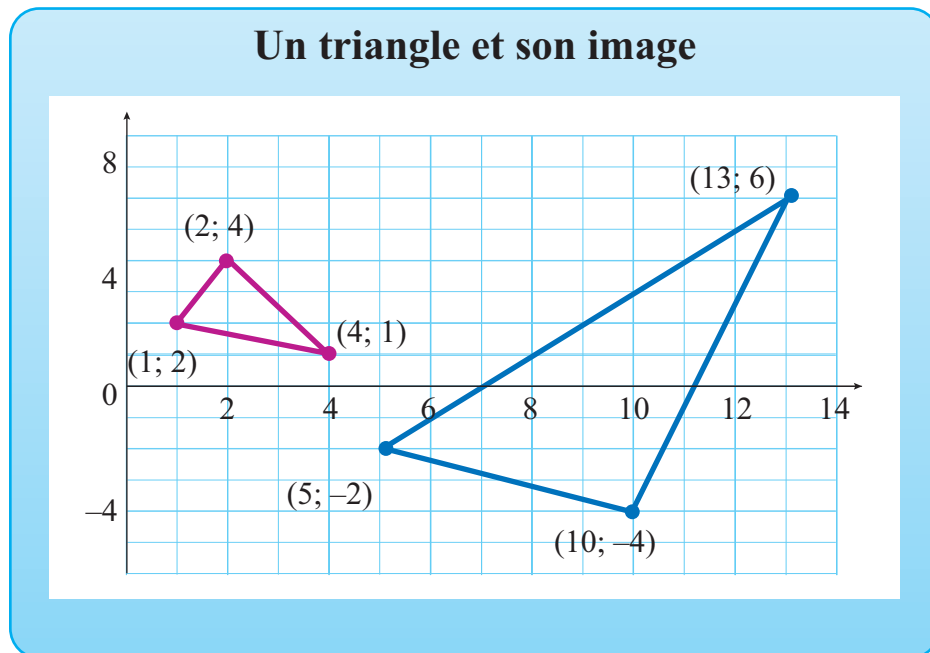


TRANSFORMATIONS DU PLAN

UN TRIANGLE ET SON IMAGE



OBJECTIF

Représenter graphiquement un triangle dont les sommets sont connus, calculer et représenter graphiquement son image par une transformation linéaire.

Mise en situation

Représenter matriciellement le triangle dont les sommets sont (1; 2), (2; 4) et (4; 1).

- Représenter graphiquement ce triangle.
- Par un produit de matrices, calculer l'image du triangle par la transformation linéaire :

$$T(x; y) = (3x + y; 2x - 2y).$$

- Faire représenter graphiquement l'image du triangle.

- Ajuster les échelles de graduation des graphiques pour visualiser l'effet de la transformation sur le triangle initial.
- Explorer en modifiant les valeurs des composantes des sommets ou les valeurs des éléments de la matrice de la transformation. Ajuster, si nécessaire, les échelles de graduation des graphiques pour visualiser l'effet de ces modifications.

TransformationsLab02

Préparation de la feuille

ACTION

- Personnaliser une feuille de calcul.

Écriture des vecteurs colonnes

ACTION

- Dans la cellule A8 écrire « Sommets » et valider.
- Dans la plage A9:D10, écrire les composantes des sommets du triangle.
-
- Sélectionner la plage A9:D10 et représenter graphiquement en choisissant dans « Nuages de points », l'option « Reliés avec marques ».

Écriture de la matrice

ACTION

- Dans la cellule A12, écrire « Transformation » et valider.
- Dans la plage A13:B14, entrer la matrice de la transformation.

Fonctionnalités d'Excel

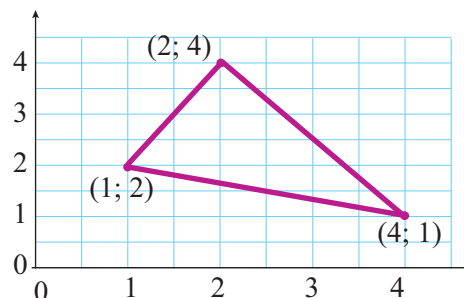
- Insertion-Zone-Texte
- Valider-entrée

Remarque

Pour que la figure soit fermée, les coordonnées du premier sommet doivent être répétées à la fin de la suite de données, on décrit donc le triangle par la suite de correspondances :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- Graphique



Remarque

La matrice de la transformation est :

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Calcul de l'image

ACTION

1. Dans la cellule F8, écrire «Image» et valider.
2. Sélectionner la plage F9:I10 et faire calculer le produit de la matrice des sommets du triangle par la matrice de la transformation.

Représentation de l'image

ACTION

1. Sélectionner la plage F9:I10 et représenter graphiquement en choisissant dans « Nuages de points », l'option « Reliés avec marques ».

Ajustement des échelles

ACTION

1. Repérer le graphique dont l'axe vertical est la moins étendue, cliquer deux fois sur la graduation de cet axe. Dans la fenêtre qui apparaît, choisir l'option «Trait» et ajouter un axe avec une flèche. Choisir ensuite «Échelle», lire les informations sur la graduation de l'axe et refermer la fenêtre.
2. Cliquer deux fois sur la graduation de l'axe vertical de l'autre graphique. Ajouter un axe avec une flèche et modifier les valeurs de la graduation de l'axe pour uniformiser.
3. En procédant de façon analogue, ajouter des axes et ajuster les échelles de graduation des axes horizontaux dans les deux graphiques.

Exploration

ACTION

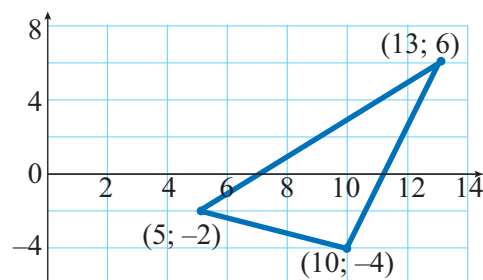
1. On peut explorer en modifiant les valeurs des coordonnées des sommets du triangle et les éléments de la matrice de la transformation, en ajustant les graduations au besoin,

Remarque

Le produit des matrices donne :

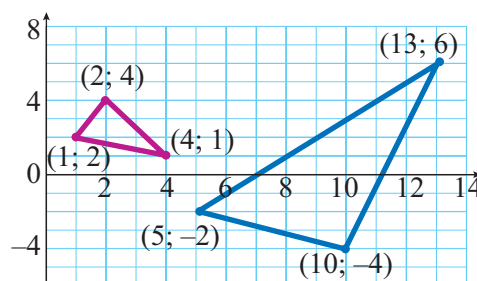
$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 10 & 13 & 5 \\ -2 & -4 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$

L'image du triangle a comme sommets les points (5; -2), (10; -4) et (13; 6).



Remarque

Excel choisit les graduations des axes selon les dimensions de l'image à représenter. Il est donc difficile de comparer le graphique de la page précédente et celui ci-dessus. Pour pouvoir visualiser l'effet de la transformation sur le triangle initial, il faut ajuster les graduations pour qu'elles soient les mêmes sur les deux graphiques.



Remarque

Dans la figure ci-dessus, le triangle rouge est le triangle initial et le triangle bleu est son image par la transformation.

Attention

Il ne faut pas essayer de changer manuellement la valeur d'un élément de la plage F9:I10. Les valeurs dans cette plage sont obtenues par une opération matricielle et Excel refusera une telle modification.