

**Cahier d'exercices**  
**Calcul intégral**  
**applications**  
**en sciences humaines**

**André Ross**

*À France, Magali, Noémie et Jean-Christian  
Solène, Damien  
Alice, Maëlle, Philémon*

© 2019

**Tous droits réservés**

Il est interdit de reproduire cet ouvrage,  
en tout ou en partie, sous quelque forme que ce soit,  
sans la permission écrite de l'auteur.

**Infographie**

André Ross  
Prodafor Inc.

© 2019 Prodafor Inc  
17 rue Sainte-Thérèse  
Lévis (Québec) G6V 5K6  
1-418-833-4391  
Fax: 1-418-833-8364  
prodafor@videotron.ca

**Cahier d'exercices**

Calcul intégral applications en sciences humaines  
ISBN 978-2-923330-54-9  
Dépôt légal - Bibliothèque nationale du Québec, 2019  
Dépôt légal - Bibliothèque nationale du Canada, 2019

# Table des matières

Intégrale, une introduction .....	1
Intégrale définie.....	4
Applications de l'intégrale définie .....	8
Intégrale indéfinie, modification de l'intégrande.....	11
Applications de l'intégrale indéfinie .....	15
Équations différentielles.....	20
Applications des théorèmes d'analyse.....	28
Intégrale impropre .....	42
Règle de l'Hospital.....	54
Volume, méthode des tranches.....	72
Volume, méthode des disques.....	73
Volume, méthode des tubes .....	77
Longueur d'arc .....	80
Surface de révolution .....	82
Intégration par parties .....	84
Intégration de produits de fonctions trigonométriques.....	92
Fonctions trigonométriques inverses.....	105
Intégration par substitution trigonométrique .....	113
Intégration par fractions partielles .....	119
Suites.....	128
Séries .....	135
Tests sur les séries .....	141
Séries alternées .....	146
Séries de puissances .....	150
Séries de Taylor et de Maclaurin.....	157
Réponses.....	159

# Avant-propos

Ce cahier d'exercices a été conçu pour être utilisé en classe afin d'encadrer l'étudiant dans ses premières tentatives de résolution d'exercices.

Chaque numéro d'exercice sur un thème particulier de la table des matières réfère à une vidéo dont le lien est donné sur la page du professeur. Celui-ci peut présenter chaque problème à l'aide de la vidéo correspondante et mettre sur pause pour laisser l'étudiant le résoudre. En remettant la vidéo en marche, le professeur présente alors la solution que l'étudiant peut comparer à la sienne pour détecter d'éventuelles erreurs et les corriger.

La solution des exercices de chacun des thèmes est également accessible sur la page du professeur sous format pdf.

Il est à noter qu'il ne suffit pas de faire les exercices de ce cahier pour réussir le cours, l'étudiant doit aussi résoudre les exercices du livre recommandés par le professeur. Les exercices de ce cahier ne sont pas dans le livre.

# Équations différentielles

## Exercice 01A : Placement

On place un montant de 5 000 \$ à un taux continu de 5 %, Déterminer le modèle décrivant le montant accumulé en fonction du temps  $t$ .

*Solution*

### Équation différentielle

Puisque l'intérêt est continu, on a un taux relatif constant et l'équation différentielle est

$$\frac{dC/dt}{C} = 0,05.$$

### Solution de l'équation différentielle

### REMARQUE

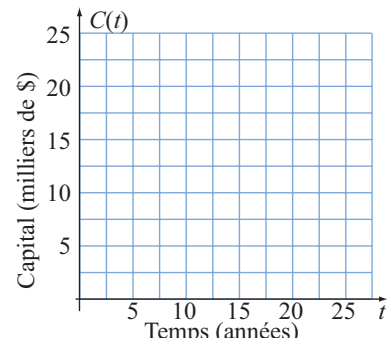
On peut visualiser l'évolution du capital en représentant graphiquement les valeurs calculées.

Temps $t$ (années)	Capital (\$)
0	
5	
10	
15	
20	
25	

## Exercice 01B : Utilisation du modèle

Calculer le montant accumulé par intervalle de cinq ans pour les 25 prochaines années si le taux demeure constant.

*Solution*



## Exercice 02A : Dépréciation

Une compagnie achète de nouveaux appareils électroniques au coût de 60 000 \$. Le taux de dépréciation annuel relatif de cet équipement est de 20 %. Déterminer le modèle décrivant la valeur de l'équipement en fonction du temps  $t$ .

*Solution*

## Équation différentielle

### Solution de l'équation différentielle

#### Exercice 02B : Utilisation du modèle

Déterminer la valeur de revente dans 1 an.

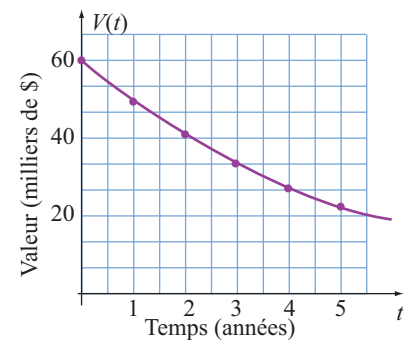
*Solution*

#### Exercice 02C : Utilisation du modèle

La politique de la compagnie est de changer les appareils lorsque ceux-ci ont perdu la moitié de leur valeur d'achat. Calculer dans combien de temps la compagnie devrait changer ces appareils.

*Solution*

Temps $t$ (années)	Valeur (\$)
0	
1	
2	
3	
4	
5	



### Exercice 03A : Pollution

Un déversement accidentel a décimé la population de truites d'un lac. Après avoir récupéré les matières polluantes, le ministère de l'environnement a fait évaluer la population restante. Les chercheurs l'ont estimé à 350 individus alors qu'avant le déversement, elle était de 6 000 individus. On croit que la population augmentera de nouveau proportionnellement à la différence entre la population avant le déversement et la population après le déversement et que la constante de proportionnalité est 0,25.

Écrire cette information à l'aide d'une équation différentielle.

#### *Solution*

#### Équation différentielle

#### Solution générale de l'équation différentielle

#### Solution particulière de l'équation différentielle

### Exercice 03B : Utilisation du modèle

Quelle sera la population de truites dans cinq ans ?

*Solution*

### Exercice 03C : Utilisation du modèle

Déterminer dans combien de temps la population sera de 3 000 truites.

*Solution*

### Exercice 04A : Propagation

Une maladie contagieuse se propage dans une petite ville. On a déjà recensé 50 cas de cette maladie et le centre de santé considère qu'il pourrait y avoir jusqu'à 400 personnes à risque. De plus, on considère que si aucune mesure n'est prise, le taux de croissance par jour du nombre de personnes affectées est proportionnel au nombre de personnes atteintes et à la proportion de personnes à risque qui n'ont pas encore été infectées. La constante de proportionnalité est de 0,15.

Déterminer le modèle décrivant la population au temps  $t$ .

*Solution*



## Équation différentielle

### Solution générale de l'équation différentielle

## Solution particulière de l'équation différentielle

### Exercice 04B : Utilisation du modèle

Déterminer dans combien de temps le nombre de personnes atteintes sera de 150 si aucune mesure n'est prise.

*Solution*

### Exercice 04C : Utilisation du modèle

Le centre de santé organise une campagne de vaccination des personnes à risque, mais la mise sur pied de la campagne et la réception des doses de vaccins nécessite quatre jours de délai. Combien y aura-il de personnes atteintes après ces quatre journées ?

*Solution*

### Exercice 05A : Campagne publicitaire

Une compagnie lance une campagne publicitaire pour mousser les ventes de l'un de ses produits d'utilisation courante. La compagnie estime que le marché potentiel est de 2000 consommateurs et le nombre actuel de clients par semaine est de 100 personnes. On estime que le taux de variation du nombre de consommateurs est proportionnel à la proportion des consommateurs potentiels qui utilisent déjà le produit et à la proportion de ceux qui ne l'utilisent pas. La constante de proportionnalité est 400 et le temps de campagne est mesuré en jours.

Déterminer le modèle décrivant le nombre de clients hebdomadaires au temps  $t$ .

#### *Solution*

#### Équation différentielle

#### Solution générale de l'équation différentielle

### **Solution particulière de l'équation différentielle**

### **Exercice 05B : Utilisation du modèle**

Déterminer combien de temps après le début de la campagne publicitaire la compagnie aura 1 000 clients par semaine.

*Solution*