



Augustus De Morgan  
1806-1871

Augustus De Morgan a développé la logique aristotélicienne en reformulant les assertions en termes mathématiques. Ce faisant, il a inventé des notations qui ont ouvert la voie à la formulation moderne élaborée peu après par George Boole.

# Augustus De Morgan

Le mathématicien anglais Augustus De Morgan est né en 1806 à Madurai, en Inde. Son père, John, qui était lieutenant-colonel y servait comme officier de l'armée britannique. En 1813, des révoltes éclatent en Inde et le colonel renvoie sa famille en Angleterre. Augustus devient orphelin de père l'année de ses 10 ans et par la suite, la famille change souvent de ville dans le sud-ouest de l'Angleterre, ce qui se traduit chaque fois par un changement d'école. Augustus qui a perdu un œil peu après sa naissance ne peut participer aux activités sportives et est souvent en butte aux moqueries de ses camarades.

Un ami de la famille découvre les talents en mathématiques d'Augustus alors que celui-ci, âgé de 14 ans, construit une figure des *Éléments* d'Euclide à la règle et au compas en expliquant la théorie sur laquelle se fonde cette construction. En 1823, âgé de seize ans, il entre au Trinity College de Cambridge et obtient un baccalauréat. Pour poursuivre ses études, il doit passer un examen de théologie, condition nécessaire à l'octroi du diplôme de maîtrise. Par principe, il refuse de se soumettre à ce test, même s'il est un fidèle de l'église anglicane. Il ne peut donc concourir pour obtenir une bourse de thèse de l'Université.

Aucune carrière ne s'offre à lui avec un simple baccalauréat et il retourne à Londres pour y entreprendre des études de droit dans une nouvelle institution, University College, qui reçoit les étudiants qui ne sont ni anglicans, ni presbytériens. En 1827, il obtient la chaire de mathématiques de cette institution, chaire qu'il est le premier à occuper. En 1831, une querelle éclate entre le professeur d'anatomie et la direction universitaire. De Morgan prend parti pour son collègue et démissionne de son poste pour une question de principe. Son successeur se noie quelques années plus tard et De Morgan est invité à reprendre son poste en 1836. Il occupe de nouveau cette chaire jusqu'en 1866.



En 1830, il publie *Elements of arithmetic* qui connut plusieurs éditions et en 1838, il définit le terme « induction mathématique », donnant une assise rigoureuse à un procédé qui était déjà utilisé sans que les fondements n'en aient été posés de façon précise. Le terme « induction mathématique » apparaît pour la première fois dans un article qu'il écrit pour *Penny Cyclopaedia*, une revue publiée par la *Society for the Diffusion of Useful Knowledge* mise sur pied par les fondateurs de l'université. Au cours des ans, il rédige 712 articles pour cette revue. Cette société a également publié, en 1842, son ouvrage *The Differential and Integral Calculus* dans lequel on trouve la première définition analytique précise du concept de limite introduit par Augustin Cauchy.

De Morgan a écrit plusieurs mémoires sur l'algèbre, il s'intéresse tout particulièrement aux symboles et aux relations entre ceux-ci. Dans son ouvrage *Formal logic*, édité en 1847, De Morgan développe la logique aristotélicienne en reformulant les assertions en termes mathématiques. Pour ce faire, il invente des notations qui ouvrent la voie à la formulation moderne élaborée peu après par George Boole. C'est dans le domaine de la logique que ses contributions ont eu le plus d'impact.

En 1849, en éditant *Trigonometry and Double Algebra*, De Morgan fait connaître ses idées sur l'algèbre. Pour lui, l'algèbre est une collection de symboles et d'opérations définies sur ces symboles. Elle comporte des lois, comme la distributivité, la commutativité, les lois des exposants, etc. Il distinguait :

- l'arithmétique universelle, qui traite des nombres naturels;
- l'algèbre simple, dont l'objet est l'étude des nombres négatifs, rationnels et irrationnels;
- l'algèbre double, qui traite des nombres complexes.

Dans ce traité, à partir de l'interprétation géométrique des nombres complexes, il pose le problème de l'algèbre triple, c'est-à-dire : si un nombre complexe  $a + bj$  représente une ligne dans un plan, est-il possible en ajoutant un troisième terme d'obtenir la description d'un plan dans l'espace ? Plusieurs mathématiciens ont tenté de trouver ce troisième terme. et les opérations qui pourraient être définies dans une telle algèbre, jusqu'à ce que Rowan Hamilton montre, en développant la théorie des quaternions, que l'algèbre triple est impossible. Dans l'appellation de De Morgan, l'algèbre des quaternions serait une algèbre quadruple.

De Morgan est un des cofondateurs, en 1866, de la *London Mathematical Society* dont il fut le premier président. Il meurt le 18 mars 1871 à Londres.

#### De Morgan et le syllogisme

Dans la logique aristotélicienne, il est impossible de déduire une conclusion de deux propositions particulières comme « Quelques  $M$  sont des  $A$  » et « Quelques  $M$  sont des  $B$  ». Dans cette logique, pour pouvoir tirer une conclusion, il faut absolument que le moyen terme soit pris universellement dans l'une des prémisses.

Cependant, pour De Morgan, à partir des propositions « La plupart des  $M$  sont des  $A$  » et « La plupart des  $M$  sont des  $B$  », on peut tirer la conclusion « Quelques  $A$  sont des  $B$  ».

Il décrit ce principe dans une forme quantitative.

Si  $m$  est le nombre de  $M$  que  $a$  est le nombre de  $M$  qui sont des  $A$  et que  $b$  est le nombre de  $M$  qui sont des  $B$  alors il y a au moins  $(a + b - m)$   $A$  qui sont des  $B$ .

On peut facilement illustrer le raisonnement de De Morgan à l'aide d'un diagramme.

