Srinivâsâ Râmânujan
1887-1920

L'histoire du jeune mathématicien Srinivâsâ Râmânujan est une des plus incroyables en sciences. Regorgeant d'originalité et de passion pour les mathématiques, mais pauvre et isolé en Inde, il a dû surmonter de nombreux obstacles avant que son talent soit reconnu et qu'il puisse être libre de poursuivre ses recherches. Son legs à la société est unique et continue encore aujourd'hui de stimuler la recherche.

Srinivâsâ Râmânujan

Marc Laforest
École Polytechnique de Montréal
André Ross
Professeur de mathématiques

Srinivâsâ Aiyangar Râmânujan est né en Inde le 22 décembre 1887, dans une famille pauvre mais brahmane, donc déjà vouée aux études. Brillant élève à l'élémentaire, il termina premier de son école dans plusieurs disciplines, dont l'anglais, la géographie et l'arithmétique.

À son entrée au secondaire, il se passionne pour les mathématiques et redécouvre même quelques théorèmes.

À l'âge de 16 ans, Râmânujan reçoit le livre de George S. Carr, intitulé *A Synopsis of Elementary Results in Pure and Applied Mathematics*. Ce livre peu orthodoxe contenait une liste de plus de 5 000 théorèmes et identités, le tout présenté de manière linéaire, succincte, presque sans explication du comment et du pourquoi. Au cours des années suivantes, ce livre devient son seul et unique tuteur et guide du monde des séries infinies, des fractions continues, des fonctions elliptiques et, plus particulièrement, de la théorie analytique des nombres.

En 1904, à la fin de son secondaire, Râmânujan reçoit une bourse prestigieuse du nom de K. Ranganatha Rao, un riche mathématicien du sud de l'Inde, afin de poursuivre ses études au Government College à Kumbakonam. Malheureusement, la passion qui l'enflamme le pousse à ignorer les autres matières. Il échoue lamentablement les examens dans ces matières, perd sa bourse et, sa famille étant incapable de payer ses études, il se retrouve contraint de les abandonner. Humilié et déshonoré par les nombreux sacrifices que ses parents ont fait pour lui, il s'enfuit pendant plus d'un mois.

En 1906, il s'inscrit au collège Pachaiyappa à Madras, où il excelle encore en mathématiques mais obtient des résultats médiocres dans les autres disciplines. Comme auparavant, ses journées entières sont consacrées à ses propres recherches en mathématiques. Sans grande surprise, il rate sa certification deux années de suite et doit retourner chez ses parents.

La mère de Râmânujan organise son mariage en juillet 1909. Râmânujan étant un brahmane très traditionnel, celui-ci croit que cet évènement représente le début d'une nouvelle étape de sa vie. Il entreprend alors de trouver un mécène qui pourrait lui trouver un emploi modeste mais lui permettant de poursuivre ses recherches. Pauvre, découragé et affaibli par la maladie et la faim, il voyage en Inde d'une personne importante à l'autre tentant d'obtenir des audiences. Il vit de la charité des étrangers et de ses anciens collègues de classe, tout en continuant de faire des recherches originales. À chaque fois qu'il se présente, il offre ses deux cahiers de résultats en guise de preuve de sa réelle intelligence et de l'originalité de ses résultats. Mal-

1. Caste indienne regroupant les prêtres, les enseignants et les hommes de loi.

heureusement, ses résultats sont souvent si complexes que les gens le prennent pour un fou ou un charlatan.

En 1911, âgé de 23 ans, il fait paraître le problème suivant dans le *Journal of the Indian Mathematical Society*, nouvellement créé.

$$? = \sqrt{1+2\sqrt{1+3\sqrt{1+4\sqrt{1+\dots}}}}$$

Plusieurs mois plus tard, n'ayant reçu aucune réponse, probablement à cause de la difficulté liée aux radicaux successifs, Râmânujan donne la réponse, 3. Il a formulé le problème plusieurs années auparavant sous la forme d'un théorème plus général :

$$x+1 = \sqrt{1+x\sqrt{1+(x+1)\sqrt{1+(x+2)\sqrt{1+\dots}}}}$$

On peut substituer à x n'importe quel nombre entier, la réponse est $x + 1$.

En 1912, il obtient un emploi stable comme fonctionnaire au comptoir de Madras. Il est encouragé par ses collègues à envoyer ses résultats à d'éminents mathématiciens britanniques[2], ce qu'il fait en envoyant des lettres contenant des listes de théorèmes.

Le mathématicien Godfrey Harold Hardy est le seul qui, en 1913, prit le temps d'examiner en détail vingt résultats que lui avait envoyés Râmânujan. Après une longue discussion avec son collègue John Littlewood, il conclut que Râmânujan ne pouvait être qu'un « homme de génie », les formules proposés « devraient être vraies, parce que personne n'eût pu avoir l'idée de les concevoir fausses ».

Hardy invite alors Râmânujan à se rendre en Angleterre et les deux mathématiciens entreprennent une collaboration très fructueuse qui dura cinq ans. En 1917, Râmânujan est le premier mathématicien Indien à être nommé membre du Trinity College et de la société royale de Londres. Durant son séjour en Angleterre, la renommée de Râmânujan n'a cessé de croître, mais sa santé s'est détériorée très vite, en partie à cause de son régime strictement végétarien difficile à satisfaire dans l'Angleterre rationnée par la guerre. En 1919, il retourne en Inde gravement atteint de la tuberculose et d'une carence en vitamines.

Il meurt le 26 avril 1920, à 32 ans, laissant derrière lui des livres entiers de résultats non démontrés (appelés *cahiers de Râmânujan*) qui auraient pu rester inconnus sans l'intervention du mathématicien Hardy. Les carnets continuent d'être étudiés de nos jours, étude rendue difficile par le fait que Râmânujan utilisait des notations personnelles. Le contenu des carnets porte principalement sur la théorie analytique des nombres.

Râmânujan est célèbre pour ses formules sommatoires impliquant des constantes telles que ϖ et e, des nombres premiers et la partition d'un entier introduite en collaboratiom avec Hardy. On lui doit la formule

$$\pi \approx \sqrt{\sqrt{\frac{2\,143}{22}}} = 3{,}141\,592\,653\dots$$

dont les 8 premières décimales sont celles de ϖ, ainsi que le nombre « presque entier »

$$e^{\varpi} - \varpi = 19{,}999\,099\,791\,895\dots$$

Il a également déterminé divers développements de ϖ en séries comme :

$$\frac{1}{\pi} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{((2n)!)^3(42n+5)}{2^{12n+4}(n!)^6}$$

ou :

$$\pi = \frac{9\,801}{\sqrt{8}}\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!\,(1\,103+26\,390n)}{(n!)^4(396)^{4n}}\right)^{-1}$$

Nombres taxicab

L'anecdote du taxi a donné lieu à une suite de nombres appelés « nombres taxicab ». Le *n-ième* nombre taxicab, noté *Ta*(n) ou *Taxicab*(n), est le plus petit nombre qui peut être exprimé comme une somme de deux cubes positifs non nuls de n façons distinctes. Les trois premiers sont :

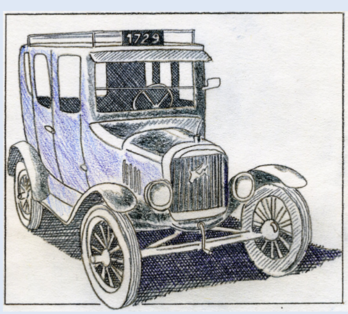
$Ta(1) = 2 = 1^3 + 1^3$

$Ta(2) = 1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$

$Ta(3) = 87539319 = 167^3 + 436^3$

$= 228^3 + 423^3$

$= 255^3 + 414^3$



2. L'inde est une colonie britannique depuis le 18e siècle. Elle obtient son indépendance en 1947.