***Al-Khwarizmi***
***783-850***

Grand mathématicien, Al-Khwarizmi fut également astronome et géographe. Il a influencé la pensée mathématique d'une manière plus poussée qu'aucun autre savant médiéval. Son livre *Al-jabr wa'l muqabala* est le texte fondateur de l'algèbre. On lui doit la diffusion des chiffres indiens dans le Moyen-Orient et dans le Califat de Cordoue, d'où Gerbert d'Aurillac (Sylvestre II) les fera parvenir au monde chrétien.

# Al-Khwarizmi

**CLASSIFICATION DES ÉQUATIONS**
**Al-Khwarizmi**

**Carré égal à une racine**
$x^2 = bx$
**Carré égal à un nombre**
$x^2 = c$
**Racine égale à un nombre**
$bx = c$
**Carré et racine égal à un nombre**
$x^2 + bx = c$
**Carré et nombre égal à une racine**
$x^2 + c = bx$
**Carré égal à une racine et un nombre**
$x^2 = bx + c$

Abu Abdallah Muhammed Ibn Mussa Al-Khwarizmi est né vers l'an 783 à Khwarizm (Kheva), dans un village situé au sud de la mer d'Aral, dans ce qui est aujourd'hui l'Ouzbekhistan. Ses parents migrèrent ensuite dans la région au sud de Bagdad entre 813 et 833. Il est mort vers l'an 850. Al-Khwarizmi a travaillé dans la bibliothèque d'Al-Mâmun, peu après l'époque où Charlemagne régnait sur l'Occident.

Plusieurs mathématiciens arabes ont contribué au développement et à l'implantation du système décimal dans le monde arabe. Le plus célèbre est Al-Khwarizmi qui est l'auteur de l'ouvrage intitulé *Kitâb al jami wa'l tafriq bi hisab al hind* qui se traduit par *Livre de l'addition et de la soustraction d'après le calcul des Indiens*.

Dans un autre ouvrage intitulé *Hisâb al-jabr wa'l-muqabâla*, dont le terme al-jabr est à l'origine du mot algèbre, Al-Khawarizmi présente des règles de transformation des équations. Ces règles sont les suivantes :

**al-jabr**,
transformer une soustraction dans un membre de l'équation en une addition dans l'autre membre. Par *al-jabr,*
$3x^2 - 10x = 34$ devient $3x^2 = 10x + 34$.

**al-muqabâla** (le balancement),
supprimer dans les deux membres l'addition d'une même expression. Par *al-muqabâla*,
$2x^2 + 15x + 4 = 10x + 34$ devient
$2x^2 + 5x = 30$

**al-hatt**,
diviser les deux membres d'une équation par un même nombre. Par al-hatt,
$4x^2 = 2x + 26$ devient $2x^2 = x + 13$.

Dans ce même ouvrage, Al-Khwarizmi est le premier à présenter une méthode de solution presque générale des équations quadratiques. Presque générale, car les solutions négatives et nulles sont écartées. Il traite de différents cas d'équations quadratiques en les classifiant de telle sorte que tous les termes soient positifs. Les équations sont de plus ramenées à leur plus simple expression par *al-hatt*. Ces formes sont décrites verbalement. Ainsi, il désigne par *le carré égal à une racine* l'équation que nous écrivons $x^2 = bx$. En fait, il s'agit du produit d'une racine par une constante. Sa classification est donnée dans le tableau à gauche de la page.

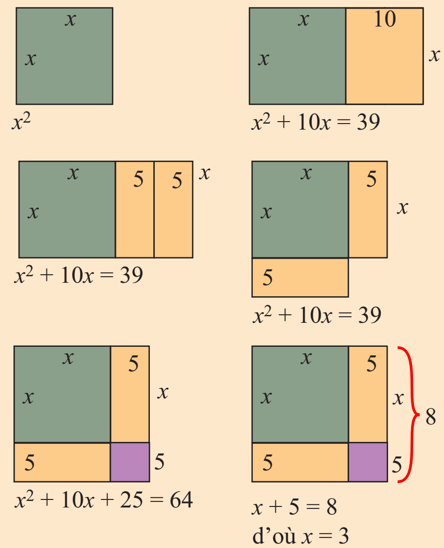
Al-Khwarizmi montre comment résoudre les six types d'équations en utilisant des méthodes algébriques et des méthodes

## Carré et racine égal un nombre, ($x^2 + bx = c$)

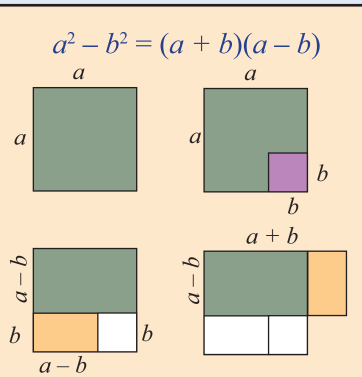
La résolution de ce cas se fait par la méthode que nous appelons maintenant *complétion du carré*. Pour expliquer sa procédure, Al-Khawarizmi donne de l'équation $x^2 + 10x = 39$, en écriture moderne, la solution suivante :

*... un carré et dix fois la racine donne 39 unités. La question dans ce type d'équations est : quel est le carré qui combiné avec dix fois sa racine donne une somme de 39 unités? Pour résoudre, on prend la moitié des racines. Dans le problème, le nombre de racines est 10 et la moitié est 5 qui, multiplié par lui-même, donne 25. Une quantité qui ajoutée à 39 donne 64. La racine de ce nombre est 8 et en soustrayant la moitié des racines, on obtient 3 qui est une racine de ce carré et le carré est 9.*

La procédure moderne de résolution donne deux solutions $x = 3$ et $x = -13$, cependant le procédé géométrique ne permet pas d'obtenir de réponses négatives.




géométriques. Pour résoudre le deuxième cas, il faut trouver le côté du carré dont l'aire est connue. Les Babyloniens et les Égyptiens disposaient déjà de procédures pour résoudre ce genre d'équations. Pour résoudre les premier et troisième cas, il applique la procédure al-hatt, ce qui écarte la solution nulle dans le premier cas. Les méthodes les plus novatrices sont celles présentées pour résoudre les trois autres cas. Ses procédures pour résoudre ces équations sont données verbalement, mais le raisonnement est strictement géométrique comme l'illustrent les exemples en encadré.




Pour résoudre une équation de la forme « Carré et racine égal un nombre », Al-Khwarizmi donne la solution de l'équation quadratique $x^2 + 10x = 39$ (voir encadré en haut de la page). Pour une équation de la forme « carré et nombre égal une racine », il illustre sa méthode en résolvant l'équation quadratique :

$$x^2 + 21 = 10x.$$

Le raisonnement géométrique par lequel il résout cette équation est illustré dans la marge ci-contre.

Dans la deuxième partie de son ouvrage, Al-Khwarizmi montre les règles d'opérations sur des expressions binomiales comme :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

L'influence d'Al-Khwarizmi en mathématiques, en astronomie et en géographie est profondément gravée dans l'histoire. Il a adopté le système de numération indien et il a développé plusieurs procédures arithmétiques, y compris les opérations sur les fractions. Le mot « algorithme » qui désigne une procédure de résolution est une déformation de son nom.