



**Colin Maclaurin**  
1698-1746

Maclaurin fut un admirateur de Newton et a utilisé l'approche cinématique de ce dernier de la notion de limite. Très apprécié comme enseignant, il a produit des ouvrages en géométrie, en algèbre et en analyse. Son nom, tout comme celui de Taylor, est intimement associé aux séries. Dans son étude des courbes, il introduit la notion de courbe podaire.

# Colin Maclaurin

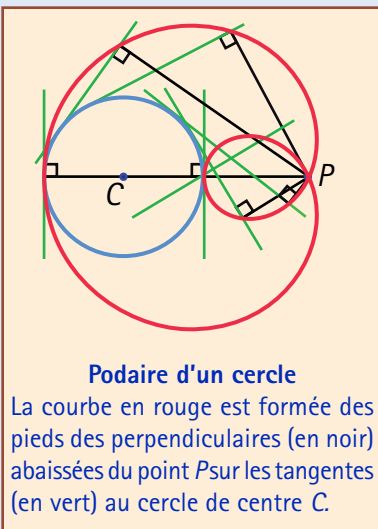
Le mathématicien écossais Colin Maclaurin est né à Kilmodan dans le comté d'Argyl. Cadet d'une famille de trois enfants, son père, qui était pasteur, décède alors que Colin est âgé de six semaines. Orphelin de père et de mère à neuf ans, son oncle Daniel, pasteur lui aussi, s'occupe de l'éducation des enfants. Après l'étude des classiques, il entre à l'Université de Glasgow à l'âge de douze ans. L'entrée à l'université à cet âge semble n'était pas exceptionnel à l'époque, les universités cherchaient à recruter les plus tôt possible les étudiants les plus prometteurs. Un an après son entrée à l'Université, Maclaurin s'initie aux mathématiques en lisant les *Éléments* d'Euclide qu'il trouve dans la chambre d'un ami. Le professeur de mathématiques Robert Simson (1687-1768), très intéressé par la géométrie de la Grèce antique, entretient son intérêt pour la géométrie. À 14 ans, il reçoit un diplôme universitaire équivalent au baccalauréat. Pour l'obtention du diplôme, il doit soutenir une thèse en public et il choisit comme sujet *On the power of gravity* dans laquelle il développe les théories de Newton. Il poursuit alors des études en théologie afin de devenir pasteur mais, après un an, il renonce à ce projet et retourne vivre chez son oncle.

En août 1717, il devient professeur de mathématiques au Marischal College de l'Université d'Aberdeen. En 1719, il se rend à Londres, rencontre Isaac Newton et devient membre de la Royal Society. En 1724, il reçoit un prix de l'Académie royale des sciences pour son travail sur les collisions. En 1740, il fut honoré d'un autre prix de l'Académie des sciences pour une étude des marées. Ce prix fut décerné conjointement à Maclaurin, Leonhard Euler et Daniel Bernoulli, ce qui le met dans la même classe que les deux meilleurs mathématiciens européens de son époque.

Le premier ouvrage important qu'il publie, en 1720, est intitulé *Geometrica Organica* dans lequel il présente la théorie des podaires.

En 1722, Maclaurin part en France comme tuteur de George Hume. Ce dernier décède en 1724 et Maclaurin n'a pas d'autres choix que de retourner à Aberdeen. L'accueil à son égard au Marischal College est glacial (il avait quitté son poste sans autorisation officielle) alors Maclaurin profite d'une opportuni-

1. La *podaire* d'une courbe  $C$  par rapport à un point  $P$  est le lieu géométrique des pieds des perpendiculaires abaissées de  $P$  sur les tangentes à la courbe  $C$ . Inversement, la courbe  $C$  dont une courbe est la podaire s'appelle l'*antipodaire* (voir les exemples à la page suivante).



## Podaire d'un cercle

La courbe en rouge est formée des pieds des perpendiculaires (en noir) abaissées du point  $P$  sur les tangentes (en vert) au cercle de centre  $C$ .

té pour devenir en 1725 l'assistant professeur à Edimbourg. Même si son statut reste précaire, il se consacre à l'étude algébrique des courbes et aux racines des polynômes.

En 1742, il publie les deux volumes du *Treatise of Fluxions*. C'est le premier exposé systématique des méthodes de Newton écrit en réponse aux attaques de George Berkeley relatives au manque de rigueur et de fondement.

Le *Treatise of Fluxions* est une œuvre de 763 pages. Bien que très appréciée, l'ouvrage eut peu d'influence. Maclaurin utilisait les méthodes géométriques des anciens Grecs et faisait appel au principe d'exhaustion d'Archimède. C'est dans cet ouvrage qu'il utilise un cas particulier du théorème de Taylor pour obtenir le développement en série qui porte à présent son nom. Il y donne le test de l'intégrale pour la convergence d'une série infinie. Son nom n'est pas resté attaché à ce test, Euler l'avait trouvé en 1732. Il étudie de plus l'attraction de deux ellipsoïdes de révolution comme application de ses méthodes.

Maclaurin est l'instigateur principal de la création de la société philosophique d'Édimbourg. Il participe à la création d'un fonds d'aide aux orphelins et veuves de pasteurs, s'assurant de la viabilité du projet. Enfin, en 1745, lorsque les jacobites<sup>2</sup> assaillent Edimbourg, Maclaurin défend activement la ville. Lorsque la ville est prise, il doit s'enfuir et se réfugier à York. Sa santé est affectée par ces événements et, de retour à Édimbourg l'année suivante, il y décède le 14 juin 1746. Le *Treatise on Algebra* de Maclaurin fut publié en 1748, deux ans après sa mort. Un autre travail, *Account of Sir Isaac Newton's Discoveries*, resta inachevé.

2. Plusieurs révoltes, appelées *jacobites* (du nom latin Jacobus pour Jacques), ont lieu dans les îles Britanniques entre 1688 et 1746. Elles visent à ramener Jacques VII d'Écosse et II d'Angleterre sur le trône dont ils ont été privés par le Parlement après la Révolution de 1688.

### Forme générale d'un développement en série de Taylor

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f^{(3)}(a)}{3!}(x-a)^3 + \frac{f^{(4)}(a)}{4!}(x-a)^4 + \dots$$

### Forme générale d'un développement en série de Maclaurin

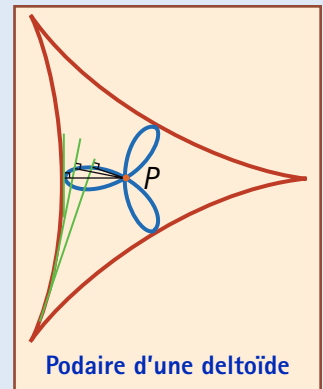
$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4 + \dots$$

### Série de Maclaurin

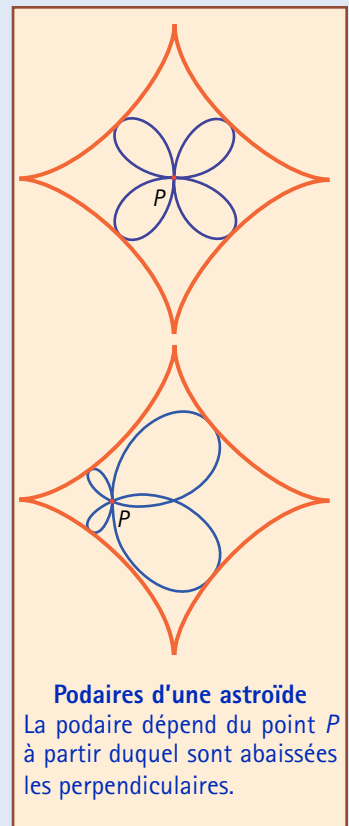
Le développement en série de Maclaurin indique qu'une fonction plusieurs fois dérivable au voisinage d'un point peut être approchée par un polynôme dont les coefficients dépendent uniquement des dérivées de la fonction en ce point. Il ne se préoccupe cependant pas de la convergence de la série.

### Développements en série

L'idée de représenter certaines fonctions par des séries entières, ou séries de puissances, revient à Isaac Newton. Le développement en série présenté par Brook Taylor dans son ouvrage *Methodus incrementorum directa et inversa*, édité en 1715, était connu du mathématicien écossais James Gregory en 1668 et du mathématicien suisse Jean Bernoulli en 1690. Il semble que Taylor ne connaissait pas les travaux de Gregory et de Bernoulli lorsqu'il a rédigé son ouvrage. Le développement en série de Maclaurin est un cas particulier du développement en série de Taylor, c'est le cas où  $a = 0$ . C'est cependant Maclaurin qui a rendu ce développement populaire avec son ouvrage *Treatise of fluxions* qui servit de manuel d'enseignement de l'analyse.



Podaire d'une deltoïde



Podaires d'une astroïde

La podaire dépend du point  $P$  à partir duquel sont abaissées les perpendiculaires.