Illustration : Alain Ross

Grégoire de Saint-Vincent 1584-1667

Grégoire de Saint-Vincent est un jésuite, mathématicien et géomètre de l'école belge, dont les travaux ont permis de résoudre définitivement le problème de l'aire sous l'hyperbole, que ni Archimède ni Fermat n'avaient pu résoudre.

Grégoire de Saint-Vincent

Fils d'un marchand espagnol venu s'installer à Bruges en Belgique, Grégoire de Saint-Vincent est né dans cette ville en 1584. Il étudie d'abord les lettres au collège de Bruges, puis la philosophie à Douai. En 1605, il entre chez les Jésuites à Rome où il poursuit ses études de philosophie et débute celles des mathématiques sous la direction du Jésuite d'origine allemande Christophorus Clavius. En 1611, il assiste à la présentation par Galilée du *Sidereus Nuncius* au Collège romain[1]. En 1612, il retourne en Belgique pour étudier la théologie et est ordonné prêtre en 1613.

Au début de sa carrière, Saint-Vincent enseigne les lettres dans diverses institutions. De 1618 à 1620, il enseigne les mathématiques à Anvers puis à Louvain de 1621 à 1624.

Saint-Vincent s'est principalement intéressé au calcul d'aire et tout particulièrement à la quadrature du cercle et demande au Supérieur Général des Jésuites la permission d'éditer ses travaux mathématiques. Le Supérieur lui impose de soumettre son ouvrage à Christopher Grienberger (1551-1636), professeur de mathématiques au Collège Romain. Celui-ci recommande des modifications et, en 1625, Saint-Vincent se rend à Rome pour appuyer sa demande, mais ne peut satisfaire aux exigences de Grienberger et retourne à Louvain en Belgique.

De 1626 à 1632, Saint-Vincent accompagne l'empereur Ferdinand II à Prague, comme chapelain de celui-ci. Ce furent des années difficiles pour Saint-Vincent, peu après son arrivée, il subit un accident vasculaire cérébral dont il se remet lentement et Ferdinand, fervent catholique, entre en conflit avec les princes allemands protestants qui se révoltent. Le roi du Danemark se joint à eux, mais est vaincu en 1629. En septembre 1631, le roi de Suède, Gustav II se joint aux opposants. Il est vainqueur en 1632, mais meurt sur le champ de bataille. Lorsque l'électeur protestant de Saxe, allié du roi de Suède, attaque Prague, Saint-Vincent quitte précipitamment la ville laissant derrière lui ses manuscrits mathématiques. Il retourne en Belgique où il enseigne les mathématiques et gère la bibliothèque au collège de Gand. En 1659, il subit un deuxième accident vasculaire cérébral et la troisième attaque, le 27 janvier 1667, lui est fatale.

Contributions mathématiques

Dix ans après sa fuite de Prague, les manuscrits de Saint-Vincent lui sont retournés par un ami. Ces manuscrits font de plus de 1 200 pages et sont publiés en 1647 sous le titre *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionem coni.* Cet ouvrage débute par une présentation des cercles et des triangles, puis il traite de séries géométriques dont Saint-Vin-

1. Le Collège Romain est la première école des Jésuites, fondée en 1551 par Ignace de Loyola, également fondateur de la Compagnie de Jésus.

Sidereus Nuncius ou Messager des étoiles

Court traité d'astronomie, écrit en latin par Galilée en mars 1610 et publié en avril suivant. C'est le premier ouvrage scientifique reposant sur des observations faites grâce à une lunette astronomique. Il contient les résultats des premières observations de Galilée sur la Lune, les étoiles et les lunes de Jupiter.

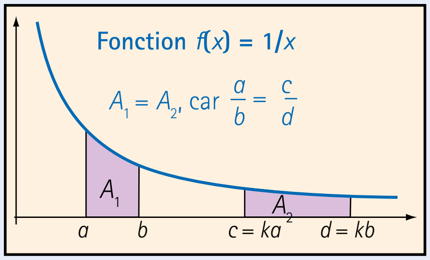
Christophorus Clavius (1538-1612)

À la demande du pape Grégoire XIII, il a préparé les bases d'un nouveau calendrier pour corriger la dérive séculaire du calendrier julien. Le calendrier, appelé *calendrier grégorien* qu'il a proposé fut promulgué par le pape en 1582 et adopté progressivement dans le monde. En 1574, Clavius a rédigé une traduction latine des *Éléments* d'Euclide y ajoutant beaucoup de compléments dus à ses propres travaux. Cet ouvrage a été une version de base pour les mathématiciens de la Renaissance, dont Descartes et Leibniz. Clavius a également publié un livre d'algèbre en 1608.

cent détermine la somme. Par des méthodes géométriques classiques, il fait l'étude des sections coniques : cercle, ellipse, parabole et hyperbole. Saint-Vincent est l'auteur de la première quadrature de l'hyperbole dans laquelle il met en évidence son comportement logarithmique :

l'aire sous l'hyperbole dans un intervalle [a; b] est égale à l'aire dans un intervalle [c; d] si

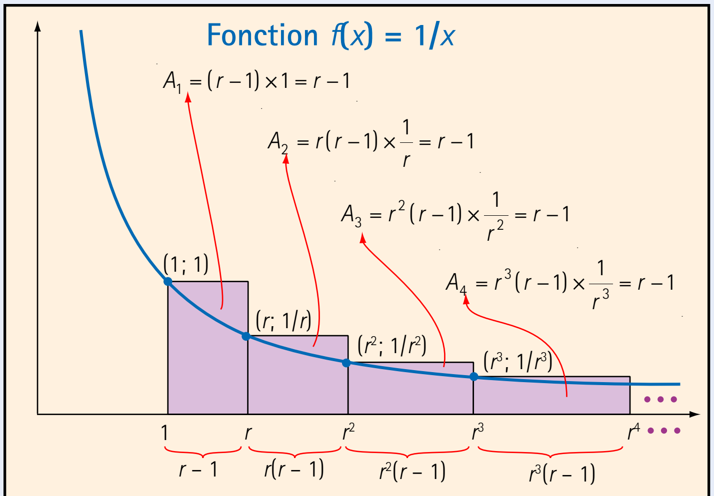
$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}.$$



Dans son ouvrage, Saint-Vincent décrit en détail sa méthode géométrique d'intégration inspirée des travaux d'Archimède, qu'il rebaptise *méthode d'exhaustion*. Il a développé une méthode analogue à celle des indivisibles de Cavalieri.

L'ouvrage de Saint-Vincent n'a pas eu la reconnaissance qu'il aurait dû avoir et ce, pour deux raisons principales. Le retard de 20 ans dans la parution est l'une d'elles. Entretemps, la géométrie analytique a fait son apparition et les mathématiciens ont délaissés les procédures géométriques pour rechercher des solutions algébriques. De plus, Saint-Vincent déclare connaître au moins quatre méthodes pour résoudre le problème de la quadrature de cercle.[2] À l'époque, Christiaan Huygens a relevé l'erreur, ce qui a discrédité les travaux de Saint-Vincent.

Les démonstrations et les résultats de Saint-Vincent sur la quadrature du cercle étaient faux mais, les méthodes qu'il a développé étaient ingénieuses. Sans amertume, il a échangé de la correspondance avec Huygens jusqu'en 1665.



La somme des bases des rectangles est une progression géométrique, et la somme des aires est une progression arithmétique, puisque les rectangles ont la même aire.

Le résultat le plus important de Saint-Vincent est celui sur sur l'hyperbole.

Si les abscisses d'une hyperbole équilatère croissent en progression géométrique, les aires des surfaces découpées entre l'hyperbole et son asymptote par les lignes ordonnées correspondantes croissent en progression arithmétique.

La figure en haut à droite illustre cette propriété qui reste vraie en considérant la limite lorsque r tend vers 1.

Cette caractéristique géométrique a été décrite algébriquement par un des étudiants de Saint-Vincent, Alfonso Anton de Sarasa (1618-1667). En termes modernes, si $A(t)$ représente l'aire sous l'hyperbole dans l'intervalle $[1; x]$, alors $A(t) = \log_b t$. À l'époque, la base b établissant le lien entre l'aire et l'abscisse de la frontière droite de l'intervalle, mais on savait qu'entre une progression arithmétique et une progression géométrique, il existait un lien logarithmique. La base fut connue avec les travaux d'Euler, c'est la base e, et on écrit maintenant $A(t) = \ln t$ ou plus précisément

$$A(t)=\int_1^x \frac{1}{t}\,dt=\ln x+k.$$

Pour la première fois, le logarithme, qui jusqu'alors n'était qu'un outil de calcul, est utilisé pour décrire une fonction. L'aire sous la courbe est fonction de l'abscisse de la frontière droite de l'intervalle et le lien entre les variables est un lien logarithmique.

2. Ferdinand von Lindemann (1852-1939) a démontré, en 1882, que ϖ n'est pas algébrique, mais transcendant. Par conséquent, on ne peut construire à la règle et au compas un segment de longueur ϖ et la quadrature du cercle est impossible.