



Carl Friedrich Gauss
1777-1855

D'origine modeste, Carl Friedrich Gauss a manifesté très tôt son talent en mathématiques. Grâce à la protection du duc de Brunswick, il a pu poursuivre ses études jusqu'au doctorat et se consacrer à la recherche par la suite. Fidèle à sa devise *Pauca sed matura* (peu mais mûr), il n'a pas publié les résultats de tous ses travaux préférant s'assurer que ceux-ci ne seraient l'objet d'aucune critique. Cependant, en 1801, il publie *Disquisitiones arithmeticae*, ouvrage dans lequel est définie pour la première fois la notion de *congruence* et introduite l'*arithmétique modulaire* qui donne plusieurs théorèmes en théorie des nombres.

Carl Friedrich Gauss

Carl Friedrich Gauss, astronome, mathématicien et physicien, est né le 23 avril 1777 à Brunswick, en Allemagne, dans une famille très modeste. Au cours de ses études élémentaires, deux de ses professeurs, J.G. Büttner et Martin Bartels (1769-1836), remarquent son talent pour les mathématiques et l'aident à entrer à l'école secondaire. En 1791, Bartels le présente au duc de Brunswick. La recommandation de Bartels et les réalisations de Gauss incitent le duc à lui accorder une bourse, ce qui permet à Gauss d'entrer au Collegium Carolinum de Brunswick en 1792, puis à l'Université de Göttingen en 1795. Gauss quitte l'université en 1798 sans avoir obtenu de diplôme, mais en ayant déjà fait une importante découverte, soit la construction à la règle et au compas du polygone régulier à 17 côtés. Il retourne ensuite à Brunswick où il obtient un diplôme. Le duc de Brunswick décide de continuer à subvenir aux besoins de Gauss mais exige que celui-ci soutienne une thèse de doctorat à l'Université de Helmstedt. Cette thèse portait sur le théorème fondamental de l'algèbre, qui stipule que tout polynôme non constant, à coefficients complexes, admet au moins une racine. Il en découle que tout polynôme à coefficients entiers, rationnels ou encore réels admet au moins une racine complexe, car ses coefficients sont aussi des complexes. Un corollaire de

ce théorème indique que tout polynôme est le produit de binômes de degré 1 et de trinômes de degré 2, tous irréductibles.

Grâce au soutien du duc de Brunswick, Gauss n'a pas à chercher d'emploi et il peut se consacrer entièrement à la recherche. Il apporte des contributions originales en théorie des nombres, en astronomie, en géodésie, en cartographie et dans toutes les branches des mathématiques.

Gauss s'intéresse beaucoup aux géométries euclidiennes et non euclidiennes. Il est le premier à envisager la possibilité de géométries non euclidiennes¹, mais il ne publie pas le résultat de ses recherches en ce domaine. Il élabore la méthode d'approximation par les moindres carrés¹ et se sert de cette méthode pour résoudre de façon brillante un problème de son époque. L'italien Giuseppe Piazzi (1746-1826) découvre, le 1^{er} janvier 1801, le plus gros astéroïde entre Mars et Jupiter,

1. Une géométrie non euclidienne une théorie géométrique ayant recours à tous les axiomes et postulats posés par Euclide dans les *Éléments*, sauf le postulat des parallèles.
2. La méthode des moindres carrés, indépendamment élaborée par Adrien-Marie Legendre et Gauss au début du XIX^e siècle, permet de comparer des données expérimentales, généralement entachées d'erreurs de mesure, à un modèle mathématique censé décrire ces données.

nommé Cérès³. Il n'a pu observer qu'une petite partie de son orbite, soit 9°, avant que l'astéroïde ne disparaisse derrière le Soleil. Plusieurs savants tentent de décrire la trajectoire de Cérès à l'aide des données recueillies par Piazzi afin de déterminer à quel endroit l'astéroïde réapparaîtra. La prédiction de Gauss obtenue par sa méthode des moindres carrés se révèle être la plus précise.

Le protecteur de Gauss est tué dans une bataille de l'armée prussienne, le 10 novembre 1806. Suite à ce décès, Gauss quitte Brunswick, en 1807 pour occuper le poste de directeur de l'observatoire de Göttingen. Il s'intéresse alors à l'astéroïde Pallas, découvert par l'astronome Olbers en mars 1802. Ses travaux sur cet astéroïde l'amènent à résoudre un système de six équations linéaires à six inconnues. Gauss a laissé son nom à la méthode qu'il emploie, soit la construction d'un système d'équations équivalent à celui à résoudre, dans lequel la première équation contient les six inconnues, la seconde seulement cinq, la troisième quatre, et ainsi de suite. Un tel système se résout par substitution en commençant par la sixième équation.

Au début du XIX^e siècle, une loi fondamentale de la statistique s'impose, soit la *Loi des possibilités*, renommée par Karl Pearson (1857-1936), elle est maintenant connue sous le nom *Loi normale*. Cette loi est issue de la méthode des moindres carrés. Elle est employée comme critère d'optimisation, en théorie des erreurs. Elle fut élaborée indépendamment par Adrien Marie Legendre (1752-1833) et Carl Friedrich Gauss.

Méthode des moindres carrés

Il est toujours délicat de tirer des conclusions à partir de mesures. Le problème, c'est que toute mesure comporte une erreur. L'effet de la température sur les instruments, l'imprécision des lectures et des visées ne sont que quelques sources d'erreurs, et celles-ci sont d'autant plus nombreuses que le nombre de mesures est grand. Le fait de ne

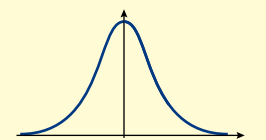
prendre que quelques mesures ne règle pas le problème, car il est alors difficile d'estimer l'ordre de grandeur des erreurs. Par ailleurs, lorsque le nombre de mesures est élevé, la manipulation de celles-ci pose un autre problème : « comment utiliser toutes ces mesures de façon à minimiser l'effet des erreurs sur le résultat final? ». Legendre s'est penché sur ce problème au début du XIX^e siècle. Il voulait déterminer l'orbite d'une comète à l'aide de mesures de sa position. Son objectif était de combiner plusieurs mesures pour calculer la meilleure estimation de l'orbite. Ce type de problème est également relié à la découverte d'éventuelles planètes inconnues grâce aux perturbations de la trajectoire d'une planète ou d'une comète qu'elles provoquent.

À l'époque, le problème des mesures s'est aussi posé dans les opérations de triangulation visant à mesurer un méridien ([définition du mètre](#)) ou à déterminer la forme de la Terre ([aplatissement aux pôles](#)). C'est en 1805 que Legendre publie sa méthode de minimalisation de la somme des carrés des écarts.

Gauss avait déjà élaboré cette méthode en 1794 et l'a utilisée, en 1801, pour calculer l'orbite de l'astéroïde Cérès, mais il ne l'a publiée qu'en 1809. De plus, Gauss a établi des liens entre cette méthode et les lois de probabilité, contrairement à Legendre. Plus précisément, Gauss a montré, en utilisant la méthode des moindres carrés, que les facteurs aléatoires indépendants entraînent des erreurs de mesure qui se répartissent selon la loi normale, et que la moyenne arithmétique des mesures donne l'estimation qui minimise la somme des carrés des erreurs. Cette méthode est abondamment utilisée en astronomie depuis.

Gauss est l'un des savants les plus éminents de l'histoire. Il est considéré par plusieurs historiens des sciences comme l'un des trois plus grands mathématiciens de tous les temps, avec Archimède et Newton.

Loi normale



Les erreurs de mesure d'une grandeur se distribuent selon la loi normale.

Cérès

Cérès est la plus petite planète naine connue du Système Solaire. Elle est découverte par Giuseppe Piazzi le premier janvier 1801. Avec un diamètre d'environ 950 km, elle est le plus grand et le plus massif objet de la ceinture située entre les planètes Mars et Jupiter.