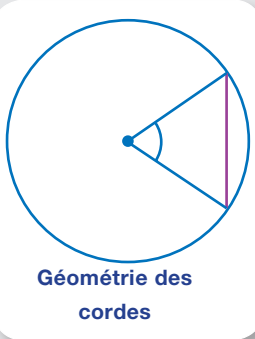


À ses débuts, il y a 4 000 ans, la trigonométrie est un volet technique de l'astronomie. Les astronomes babyloniens cherchent à déterminer la distance aux astres et la position des étoiles, mais ne peuvent que mesurer des angles. Ils constituent les premières tables astronomiques en divisant le cercle en 360 degrés, leur système de numération étant en base 60. Les premiers problèmes d'astronomie résolus par des techniques de trigonométrie sont la distance de la Terre à la Lune par Aristarque de Samos ([NH Aristarque](#)) et la circonférence terrestre par Ératosthène de Cyrène ([NH Ératosthène01](#)). À la même époque, Archimède calcule un intervalle de valeurs pour π ([NH Archimède04](#)).

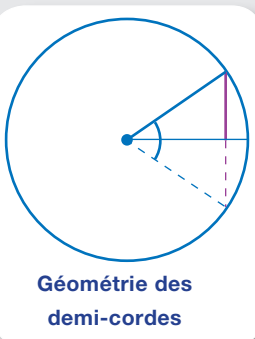


Géométrie des cordes

Convaincu de la circularité des trajectoires des planètes et que les étoiles sont toutes à la même distance de la Terre, sur la sphère des fixes, Hipparque de Nicée mesure les angles entre les étoiles et dresse les premières tables de cordes qui permettent dans un cercle de déterminer la longueur d'une corde en fonction de l'angle au centre qui lui est associé. Ce faisant, il est amené à constater que l'axe de la Terre

n'est pas fixe, il crée l'astrolabe, permettant de déterminer la hauteur d'un astre par rapport à l'horizon, et développe l'idée des parallèles et des méridiens pour repérer tout point sur la Terre ([NH Hipparque01](#)). À l'aide de ses tables de cordes, il calcule la distance de la Terre à la Lune ainsi que le rayon et la circonférence de cette dernière.

Un siècle plus tard, Claude Ptolémée ([NH Ptolémée01](#)) poursuit le travail d'Hipparque en adaptant sa théorie des épicycles et déferents ([NH Hipparque02](#)), en améliorant la précision des tables de cordes et en les utilisant pour calculer la trajectoire des planètes. Il établit des égalités de rapports équivalentes, dans la géométrie des cordes, aux formules modernes que sont les développements de $\sin(A + B)$, $\cos(A + B)$ et $\sin^2(A/2) = (1 - \cos A)/2$.



Géométrie des demi-cordes

En Inde, au V^e siècle, Aryabhata l'ancien eut l'idée d'utiliser la demi-corde au lieu de la corde. Les mathématiciens indiens ont alors remplacé les tables de cordes par des tables de demi-cordes ou tables des sinus. Le monde arabe prend la relève au VIII^e siècle alors que Bagdad et Damas deviennent les nouveaux centres de la science et que les textes mathématiques grecs et indiens sont traduits en arabe. Al-Khwarizmi ([NH Al-Khwarizmi01](#))

établit les premières véritables tables du sinus. Al-Battani produit de nouvelles tables pour la Lune et le Soleil, introduit l'usage du sinus dans les calculs, et en partie celui de la tangente, formant ainsi les bases de la trigonométrie moderne. Il obtient de nouvelles formules comme $\tan \theta = \sin \theta / \cos \theta$. Le mathématicien d'origine iranienne Abou Al-Wafa (940-997) développe l'usage de la tangente, qui est la fonction idéale pour mesurer une hauteur, et choisit le cercle de rayon unitaire dans l'établissement des tables.



La tangente

Avec Nasir Al-din Tusi (1201-1274), qui établit la loi des sinus, la trigonométrie devient un champ disciplinaire distinct de l'astronomie. Au XIV^e siècle, Al-Kashi construit de nouvelles tables de fonctions trigonométriques et découvre la relation permettant de calculer la longueur des côtés dans un triangle quelconque, appelée maintenant « loi des cosinus ».

Les traductions en latin des ouvrages arabes, à partir du XII^e siècle permettent à l'Occident de prendre la relève. Au XV^e siècle, l'astronome et mathématicien allemand Johann Müller, ou Regiomontanus (1436-1476), développe la trigonométrie comme une branche indépendante des mathématiques. Au XVI^e siècle François Viète ([NH Viète01](#)) fait évoluer la trigonométrie pour lui donner la forme qu'on lui connaît et Albert Girard (1595-1632) introduit les notations sin, cos et tan.

Le premier graphique de la fonction sinus a été obtenu par Gilles Personne de Roberval en déterminant l'aire sous la demi-cycloïde à l'aide de la méthode des indivisibles ([NH Roberval03](#)). L'avènement de la géométrie analytique a facilité à la fois la représentation graphique et la généralisation des fonctions trigonométriques en permettant de définir celles-ci dans le cercle trigonométrique.

On associe beaucoup la trigonométrie au calcul de distances et de hauteurs dans notre environnement en pensant à l'arpentage. En réalité, la mesure de distances terrestres n'a pas été la première application de la trigonométrie. Celle-ci s'est développée comme volet technique de l'astronomie, l'étude du monde supralunaire dont la nature était distincte de celle du monde sublunaire. On croyait que les deux mondes obéissaient à des lois distinctes et il n'y avait à priori pas de raison pour que les techniques d'étude du monde supralunaire puisse avoir des applications dans le monde sublunaire. Il a fallu que la trigonométrie devienne un champ disciplinaire distinct pour que les applications terrestres se développent.

L'usage des fonctions trigonométriques s'est depuis répandu dans une foule de domaines, en particulier en physique pour la description des ondes.