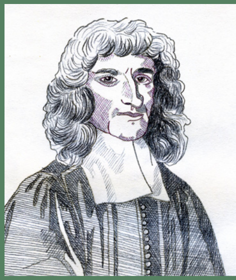


Isaac Barrow
1630-1677

Le philologue, mathématicien et théologien anglais Isaac Barrow est connu pour son travail sur les tangentes. Il a développé une methode pour determiner les tangentes qui est très proche de la méthode du calcul différentiel et il a reconnu que l'intégration et la différentiation sont les opérations inverses. Isaac Newton fut l'un de ses élèves.

Isaac Barrow

Après avoir reçu son diplôme du Collège Trinity, à Cambridge, en 1648, Barrow obtient une bourse et vit au collège par la suite. En 1655, il est chassé de son poste à cause de ses convictions loyalistes et passe les quatre années suivantes à voyager à travers la France, l'Italie et jusqu'à Constantinople. Après bien des aventures il retourne en Angleterre en 1659.

Isaac Barrow est ordonné ministre anglican l'année suivante et devient professeur de grec à Cambridge. En 1662, il devient membre de la Royal Society et est nommé professeur de géométrie au Gresham College. En 1663, il est choisi comme premier titulaire de la chaire lucasienne de mathématiques à Cambridge. Il démissionne six ans plus tard et c'est son élève Isaac Newton qui le remplace. Le reste de sa vie est entièrement consacré à la théologie. Il devint chapelain de Charles II et le Roi le nomme directeur du Trinity College en 1672, poste qu'il occupe jusqu'à sa mort en 1677.

Mettant à profit ses compétences en grec, en arabe et en mathématiques, Barrow a édité des ouvrages d'Euclide, d'Archimède et d'Apollonius.

En 1669, il publie ses *Lectiones Opticae* (Leçons d'optique) et en 1670 ses *Lectiones geometricae* (Leçons de géométrie) et Newton supervisa leur préparation pour l'édition. Les *Lectiones geometricae* contiennent des méthodes pour déterminer des aires et des tangentes. La plus connue est celle de la détermination des tangentes aux courbes, qui s'apparente à celle de Fermat[2] et qui ont contribué à l'élaboration des méthodes du calcul différentiel. Cette méthode est appelée *méthode du triangle différentiel* ou *triangle de Barrow*. Barrow donne également la formulation géométrique du théorème fondamental du calcul ainsi que le théorème converse.

D'autres cours donnés par Barrow de 1664 à 1666 sont publiés après sa mort en 1683 sous le titre *Lectiones Mathematicae* (Leçons de mathématiques), ces ouvrages traitent du fondement métaphysique des vérités mathématiques.

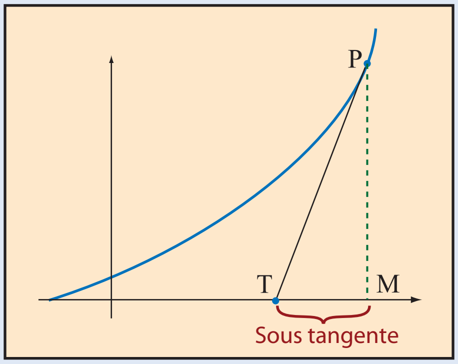
Triangle de Barrow

Fermat avait observé que la tangente à une courbe en l'un de ses points, P, était déterminée dès qu'un point T autre que P était connu; ainsi, si la longueur de la sous-tangente MT peut être trouvée, elle détermine le point T, et donc la tangente TP. Barrow fait la même constatation et développe une méthode pour déterminer le point T.

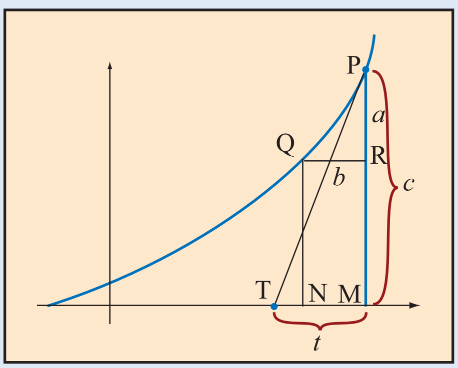
1. La philologie est l'étude de la linguistique historique à partir de documents écrits.

2. Barrow ne semble pas avoir connu les travaux de Fermat car il ne les mentionne pas. Il cite cependant les travaux de Cavalieri, Huygens et Wallis.

Considérons une courbe d'équation polynomiale $y = f(x)$ et P un point de la courbe. La tangente à la courbe au point P est connue si on peut trouver le point d'intersection T de la tangente avec l'axe des x.



Pour trouver ce point d'intersection, Barrow mesure un arc très petit PQ et abaisse les perpendiculaires à l'axe des x passant par P et Q et la parallèle à cet axe passant par le point Q pour obtenir les points M, N et R.



Notons a, b, c et t les côtés des triangles PQR et PMT. Si les deux points P et Q sont infiniment rapprochés, le rapport c/t est égal au rapport a/b et ce rapport c/t est la pente de la tangente au point P. Pour trouver ce rapport, Barrow remplace x et y par $x + b$ et $y + a$ et par des manipulations algébriques, il isole le rapport a/b.

Application de la méthode

Considérons une fonction de la forme $y = px^2$. En appliquant la méthode, on trouve :

$$y + a = p(x + b)^2$$
$$y + a = px^2 + 2pbx + pb^2$$

et en soustrayant $y = px^2$, on obtient :

$$a = 2pbx + pb^2.$$

En négligeant[3] les puissances de a et b supérieures à 1, on a :

$$a = 2pbx \text{ et } \frac{a}{b} = 2px \,.$$

En posant alors $\dfrac{c}{t} = \dfrac{a}{b} = 2px$, on a :

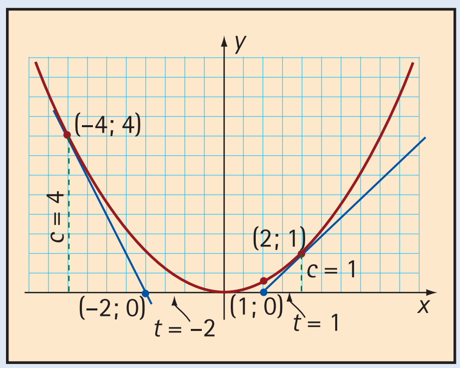
$$t = \frac{c}{2px}$$

qui permet de déterminer le point d'intersection de la tangente avec l'axe des x.

Par exemple, si la fonction est $y = x^2/4$, alors $t = 2c/x$. Au point (2 ; 1) de la courbe, $c = 1$ et $x = 2$. On a donc $t = 1$. En reportant cette valeur sur l'axe horizontal à partir de l'abscisse du point (2; 1), on obtient que le point T est (1; 0).

La pente de la tangente est alors facile à déterminer,

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-0}{2-1} = 1.$$



On peut déterminer la sous-tangente MT pour tous les points de la courbe, mais il faut procéder point par point.

Ainsi, au point (−4; 4) de la même courbe, on obtient $t = -2$, les coordonnées du point T sont (−2; 0) et

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-0}{-4-(-2)} = -2.$$

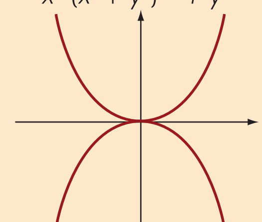
3. Si on néglige les puissances de a et de b, ce n'est pas par négligence, c'est parce que a et b sont des grandeurs très petites et leurs puissances le sont encore plus. Par exemple, si $b = 0{,}001$, alors $b^2 = 0{,}000\,001$.

Méthode de Barrow

La méthode de Barrow, comme celles de ses contemporains, ne fait pas de distiction entre les fonctions et les relations comme nous le faisons maintenant. La méthode s'applique à une équation qui peut définir soit une fonction, soit une relation.

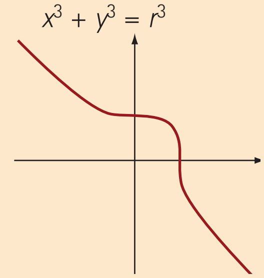
Barrow a d'ailleurs appliqué sa méthode aux courbes :

$$x^2\,(x^2 + y^2) = r^2y^2$$



Courbe kappa

$$x^3 + y^3 = r^3$$



$$x^3 + y^3 = rxy$$