

# Systemes d'equations lineaires

## Exercice01a: matrice augmentee

Representer le systeme d'equations ci-contre par une matrice augmentee, decrire et effectuer les operations de lignes permettant d'annuler les elements sous la diagonale dans la premiere colonne.

*Solution*

$$\begin{cases} 2x + 3y + 3z = 12 \\ 3x - 4y + 2z = -6 \\ 4x + 3y + 5z = 16 \end{cases}$$

## Exercice01b: reduction de la deuxieme colonne

Decrire et effectuer les operations de lignes permettant d'annuler les elements sous la diagonale dans la deuxieme colonne.

*Solution*

## Exercice01c: solution du systeme d'equations

Determiner la solution du systeme d'equations a partir de la matrice echelonnee.

*Solution*

**REMARQUE**

Il reste autant d'équations que d'inconnues, le système a donc une solution unique.

**Exercice02a: système d'équations et matrice**

Représenter le système d'équations ci-contre par une matrice augmentée, décrire et effectuer les opérations de lignes permettant d'annuler les éléments sous la diagonale dans la première colonne.

*Solution*

$$\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 39 \\ 2x + 5y - 3z = 42 \\ 4x - y - 5z = 36 \end{cases}$$

**Exercice02b: Modification de la deuxième colonne**

Décrire et effectuer les opérations de lignes grâce auxquelles on peut annuler les éléments sous la diagonale dans la deuxième colonne.

*Solution*

### **Exercice02c: solution du système d'équations**

Déterminer la solution du système d'équations à partir de la matrice échelonnée.

*Solution*

### Exercice03a: système d'équations et matrice

Représenter le système d'équations ci-contre par une matrice augmentée, décrire et effectuer les opérations de lignes grâce permettant d'annuler les éléments sous la diagonale dans la première colonne.

$$\begin{cases} x - 2y + 5z = 8 \\ 3x - 4y + 2z = 4 \\ 3x - 2y - 11z = 10 \\ 5x - 8y + 12z = 20 \end{cases}$$

*Solution*

### Exercice03b: réduction de la deuxième colonne

Décrire et effectuer les opérations de lignes grâce auxquelles on peut annuler les éléments sous la diagonale dans la deuxième colonne.

*Solution*

### Exercice03c: Solution du système d'équations

Déterminer la solution du système d'équations à partir de la matrice échelonnée.

*Solution*

**Exercice04: système d'équations et matrice**

Représenter le système d'équations ci-contre par une matrice augmentée et résoudre en appliquant la méthode de Gauss-Jordan.

*Solution*

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 44 \\ 3x + 5y - 3z = -27 \\ 5x + 2y + 2z = 21 \end{cases}$$

**Exercice05: système d'équations et matrice**

Représenter le système d'équations ci-contre par une matrice augmentée et résoudre en appliquant la méthode de Gauss-Jordan

*Solution*

$$\begin{cases} 12x - 24y - 12z = -36 \\ 15x - 24y - 3z = -21 \\ 18x - 24y + 6z = -6 \end{cases}$$

### Exercice06a: calcul des ingrédients nécessaires

Une épicière décide de fabriquer des barres tendres dont trois des ingrédients, les arachides, les raisins secs et le tofu en grains sont en proportions variables tel qu'indiqué dans la matrice ci-contre. Les quantités des autres ingrédients sont les mêmes pour chaque type de barre.

L'épicière estime qu'elle devrait pouvoir vendre chaque semaine 150 unités de la barre  $B_1$ , 200 unités de  $B_2$  et 250 unités de  $B_3$ . Déterminer les quantités d'arachides, de raisins et de tofu en grains à commander chaque semaine.

*Solution*

$B_1$  : barre légère

$B_2$  : barre normale

$B_3$  : barre du randonneur

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
Arachides	10	15	30
Raisins secs	10	15	20
Tofu en grains	40	30	10

### Exercice06b: ressources disponibles

Le grossiste informe l'épicière qu'il ne pourra lui fournir chaque semaine que 7,7 kg d'arachides, 6 kg de raisins et 8,5 kg de tofu en grains. Calculer dans ces conditions le nombre de barres que l'épicière pourra produire par semaine.

*Solution*

#### REMARQUE

Lorsqu'un élément sur la diagonale est nul. Il faut échanger la ligne de cet élément avec une des lignes suivantes qui comporte un élément non nul dans la même colonne.

### Exercice06c: modification de la recette

Pour répondre aux attentes des clients, l'épicière songe à modifier sa recette de la barre du randonneur pour utiliser la même proportion d'arachides et de raisins secs, soit 25 g de chaque ingrédient. De plus, elle a constaté que la barre légère est moins populaire et qu'elle peut en écouler chaque semaine au moins 60 mais pas plus de 70. Déterminer les quantités qui peuvent être produites en respectant ces conditions.

*Solution*

### Exercice06d: ressources supplémentaires

Apprenant que les contraintes sont incompatibles et que le système d'équations n'a aucune solution, l'épicière décide de se procurer chaque semaine 1,7 kg de raisins secs de plus chez un autre grossiste. Déterminer dans ces conditions le nombre de barres de chaque sorte qu'elle pourra produire par semaine.

*Solution*

#### REMARQUE

Lorsque deux équations sont identiques, on peut en éliminer une en construisant la matrice augmentée.

#### REMARQUE

Le système a une infinité de solutions, mais seules les solutions positives sont admissibles selon le contexte.

$x$	$y$	$z = t$