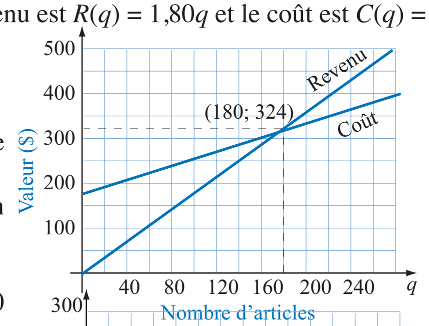
Modèles mathématiques en gestion

CHAPITRE 2

Solutions

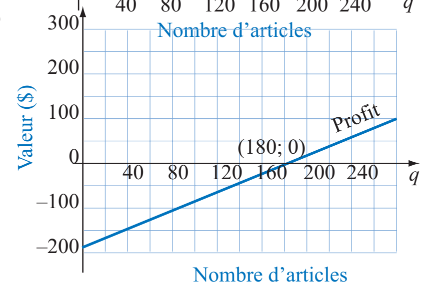
EXERCICES 2.2

1. a) Soit q le nombre d'articles, R le revenu et C le coût de production. Le revenu est $R(q) = 1{,}80q$ et le coût est $C(q) = 0{,}75q + 189$.



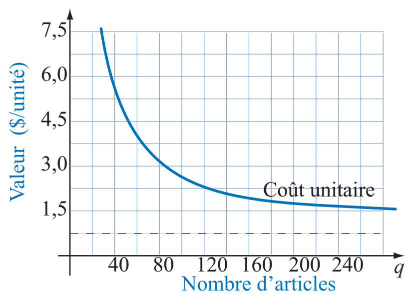
b) $P(q) = 1{,}05q - 189$

c) Le seuil de rentabilité est atteint lorsque $R(q) = C(q)$, ce qui donne :
$1{,}80\,q = 0{,}75q + 189$, d'où $q = 180$. C'est l'abscisse du point de rencontre de la fonction revenu et de la fonction coût.
On peut également le trouver en calculant l'abscisse à l'origine de la fonction profit, ce qui donne :
$P(q) = 1{,}05q - 189 = 0$ d'où $q = 180$.
Interprétation: l'entreprise fonctionne à perte lorsqu'il y a moins de 180 articles vendus.



d) $C_u(q) = 0{,}75 + \dfrac{189}{q}$. e) 1,80 $

q	$C(q)/q$ $/unité
40	5,48
80	3,11
120	2,33
160	1,93
200	1,70
240	1,54

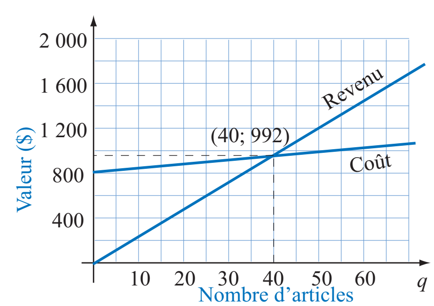


2. a) Soit q le nombre d'articles et C le coût de production. Le coût est $C(q) = 2{,}30q + 540$.

b) $C_u(q) = 2{,}30 + \dfrac{540}{q}$.

c) Le seuil de rentabilité sera de 200 articles si le prix de vente est de 5 $.

3. a) Soit q le nombre d'articles, R le revenu et C le coût de production. Le revenu est $R(q) = 24{,}80q$ et le coût est $C(q) = 3{,}55q + 850$.

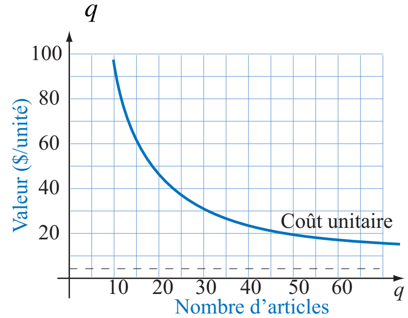


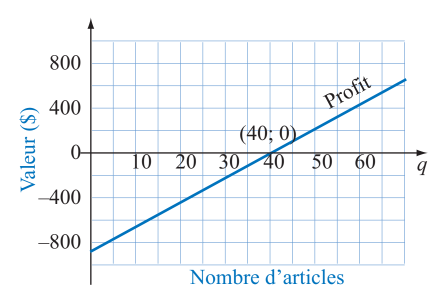
b) $P(q) = 21{,}25q - 850$

c) Le seuil de rentabilité est 40, c'est l'abscisse du point de rencontre des fonctions revenu et coût. C'est également l'abscisse à l'origine de la fonction profit.

d) $C_u(q) = 3{,}55 + \dfrac{850}{q}$.

q	$C(q)/q$ $/unité
10	88,55
20	46,05
30	31,88
40	24,80
50	20,55
60	17,72



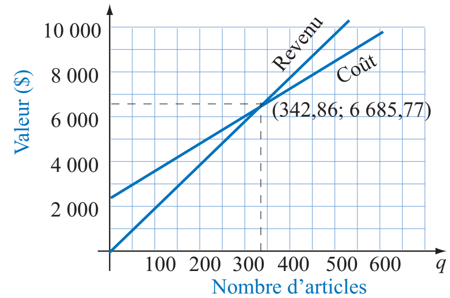


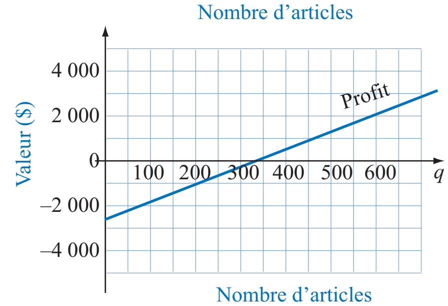
e) 24,80 $ f) 21,25 $/unité

4 a) $C(q) = 25q + 3\,600$
b) 73 $
c) $P(q) = 48q - 3\,600$ et $P(200) = 6\,000$ $

5. $C(q) = 400q + 12\,000$, $R(q) = 600q$, $P(q) = 200q - 12\,000$. Le seuil de rentabilité est de 60 unités. Puisque le seuil est plus bas que le volume de ventes potentiel, on peut recommander de produire cet article. Le profit attendu est alors de 8 000 $.

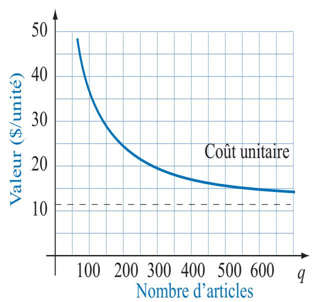
6. a) Soit q le nombre d'articles, R le revenu et C le coût de production. Le revenu est $R(q) = 19{,}50q$ et le coût est $C(q) = 12{,}50q + 2\,400$.
b) $P(q) = 7q - 2\,400$
c) Les calculs pour trouver le seuil de rentabilité donnent 342,86 mais comme il est difficile de vendre une fraction de chaise, on acceptera 343 chaises comme seuil. C'est l'abscisse du point de rencontre des fonctions revenu et coût. C'est également l'abscisse à l'origine de la fonction profit.
Si la compagnie ne réussit pas à vendre au moins 343 chaises par mois, la production sera déficitaire. Cependant, ce nombre peut représenter une moyenne annuelle de 4 116, dans le cas des chaises de parterre par exemple.





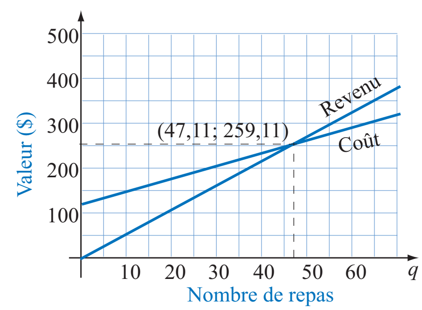
d) $C_u(q) = 12{,}50 + \dfrac{2400}{q}$.

q	$C(q)/q$ $/unité
100	36,50
200	24,50
300	20,50
400	18,50
500	17,30
600	16,50



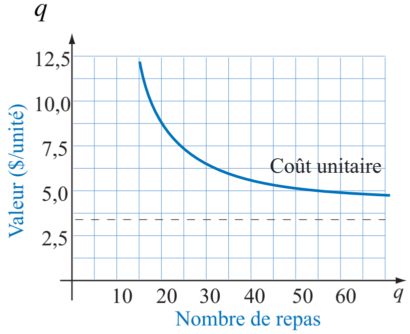
e) Environ 19,50 $

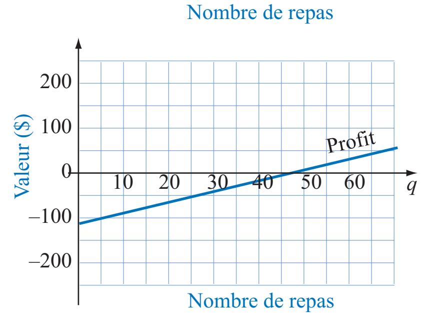
7. a) Soit q le nombre de repas, R le revenu et C le coût de production. Le revenu est $R(q) = 5{,}50q$ et le coût est $C(q) = 3{,}25q + 106$.
b) $P(q) = 2{,}25q - 106$



c) Le modèle donne 47,11 repas, le seuil de rentabilité est donc de 48 repas. C'est l'abscisse du point de rencontre des fonctions revenu et coût. C'est également l'abscisse à l'origine de la fonction profit.
d) $C_u(q) = 3{,}25 + \dfrac{106}{q}$.

q	$C(q)/q$ $/unité
10	13,85
20	8,55
30	6,78
40	5,90
50	5,37
60	5,02



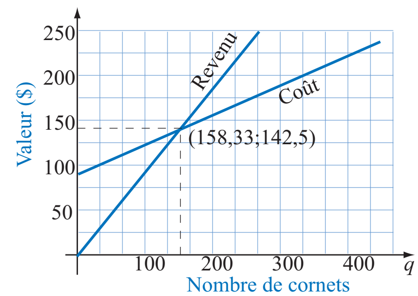


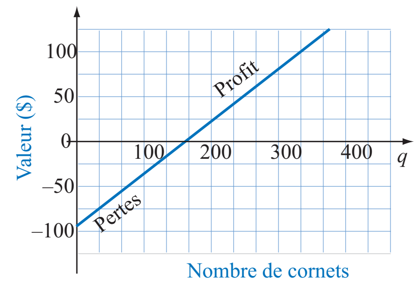
e) 5,46 $
f) 2,25 $/unité
g) 479 $

8. a) Soit q le nombre de cornets, R le revenu et C le coût de production. Le revenu est $R(q) = 0{,}90q$ et le coût est $C(q) = 0{,}30q + 95$.

b) $P(q) = 0{,}60q - 95$

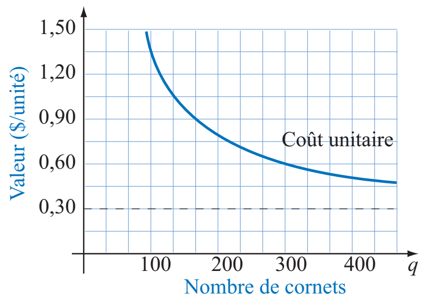
c) Le modèle donne 158,33, le seuil de rentabilité est donc de 159 cornets. C'est l'abscisse du point de rencontre des fonctions revenu et coût. C'est également l'abscisse à l'origine de la fonction profit.





d) $C_u(q) = 0{,}30 + \dfrac{95}{q}$.

q	$C(q)/q$ $/unité
50	2,20
100	1,25
150	0,93
200	0,78
300	0,62
400	0,54

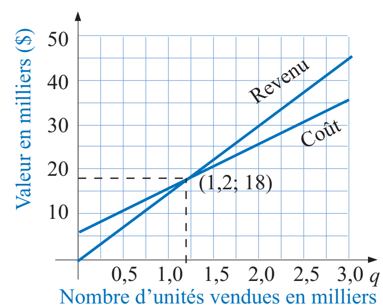


e) Environ 0,90 $

f) 0,60 $/unité

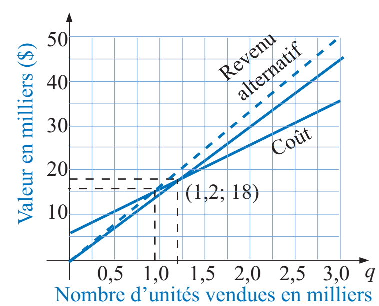
g) 116,20 $

9. Soit q le nombre d'unités, R le revenu et C le coût de fabrication. Le revenu est $R(q) = 15q$ et le coût de fabrication est $C(q) = 10q + 6\,000$. Le seuil de rentabilité est 1 200 unités et le revenu au seuil de rentabilité est 18 000 $ (profit nul).



PREMIÈRE OPTION: augmenter le prix de vente.

Si le prix de vente est porté à 16,50 $, on aura un seuil de rentabilité de 924 unités pour un revenu de 15 246 $. L'alternative est représentée en pointillés dans le graphique suivant.



Si le seuil de rentabilité passait de 1 200 unités à 924 unités, on aurait :

$$\text{Taux de réduction du seuil de rentabilité : } \frac{924 - 1200}{1200} = -0{,}23.$$

Soit une réduction de 23 % du seuil de rentabilité. Cependant, cette option peut faire perdre des clients.

En supposant qu'il n'y ait pas de perte de clients, le revenu annuel serait porté à 49 500 $ au lieu de 45 000 $. Soit un accroissement du revenu de 4 500 $, d'où :

$$\text{Taux d'accroissement du revenu : } \frac{49500 - 45000}{45000} = 0{,}1.$$

Le taux d'accroissement du revenu serait donc de 10 %.

Le coût de fabrication des 3 000 unités serait toujours de 36 000 $. Le profit est actuellement de 9 000 $ et il serait porté à 13 500 $ pour un accroissement de 4 500 $ qui, exprimé en taux, donne :

$$\text{Taux d'accroissement du profit : } \frac{13500 - 9000}{9000} = 0{,}5.$$

Soit un accroissement de 50 % du profit.

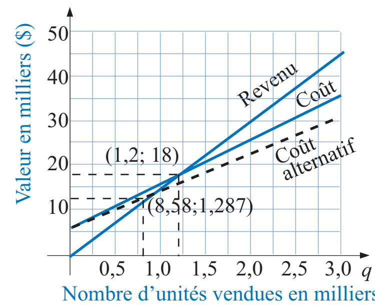
DEUXIÈME OPTION: utiliser des matériaux de moindre qualité.

Dans ce cas, la fonction décrivant le coût de production serait $C(q) = 8q + 6\,000$. Le seuil de rentabilité serait alors 858 unités en complétant à la hausse (857,14 par le modèle) et le revenu au seuil de rentabilité serait 12 870 $

Si le seuil de rentabilité passait de 1 200 unités à 858 unités, on aurait :

$$\text{Taux de réduction du seuil de rentabilité : } \frac{858-1200}{1200} = -0{,}285.$$

Soit une réduction de 28,5 % du seuil de rentabilité. Cependant, cette option peut faire perdre des clients insatisfaits de la qualité et peut entraîner des coûts de garantie supplémentaires.



En supposant qu'il n'y ait pas de perte de clients ni de coûts d'entretien supplémentaires, le revenu annuel reste de 45 000 $. Cependant, le coût de production devient $C(q) = 8q + 6\,000$. La fabrication de 3 000 unités coûtera donc 30 000 $ plutôt que 36 000 $ soit une réduction de 6 000 $ qui exprimée en taux donne :

$$\text{Taux de réduction du coût : } \frac{30000-36000}{36000} = -0{,}1\overline{6}.$$

Le taux de réduction du coût serait donc de 16,7 %.

Le profit est actuellement de 9 000 $ et il serait porté à 15 000 $ pour un accroissement de 6 000 $ qui exprimé en taux donne :

$$\text{Taux d'accroissement du profit : } \frac{15000-9000}{9000} = 0{,}\overline{6}.$$

Soit une augmentation de 66,7 % du profit.

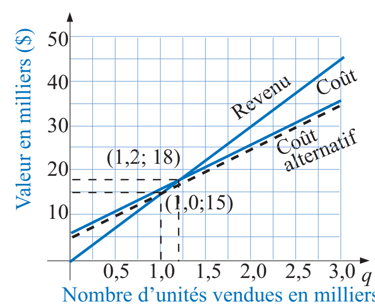
TROISIÈME OPTION: réduction des frais fixes

Dans ce cas, la fonction décrivant le coût de production serait $C(q) = 10q + 5\,000$. Le seuil de rentabilité serait alors 1 000 unités et le revenu au seuil de rentabilité serait de 15 000 $

Si le seuil de rentabilité passait de 1 200 unités à 1 000 unités, on aurait :

$$\text{Taux de réduction du seuil : } \frac{1000-1200}{1200} = 0{,}1\overline{6}.$$

Soit une réduction de 16,7 % du seuil de rentabilité. Cependant, une nouvelle machine peut signifier un recyclage ou une réduction de la main-d'œuvre, le syndicat doit être consulté.



Le revenu annuel reste de 45 000 $. Cependant, le coût de production devient $C(q) = 10q + 5\,000$. La fabrication de 3 000 unités coûtera donc 35 000 $ plutôt que 36 000 $ soit une réduction de 1 000 $ qui exprimé en taux donne :

$$\text{Taux de réduction du coût : } \frac{35000-36000}{36000} = 0{,}02\overline{7}.$$

Le taux de réduction du coût serait donc de 2,8 %.

Le profit est actuellement de 9 000 $ et il serait porté à 10 000 $ pour un accroissement de 1 000 $ qui exprimé en taux donne :

$$\text{Taux d'accroissement du profit : } \frac{10000-9000}{9000} = 0{,}\overline{1}.$$

Soit une augmentation de 11,1 % du profit.

10. a) Le profit étant modélisable par une fonction affine, les données sont: (30; –2 400) et (180; 1 200). On trouve la fonction profit en déterminant l'équation de la droite passant par ces deux points, ce qui donne

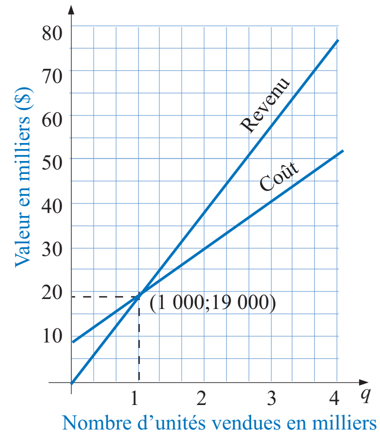
$$P(q) = 24q - 3\,120.$$

Puisque le manufacturier vend ses articles 60 $ chacun, la fonction revenu est $R(q) = 60q$. La fonction coût est alors $C(q) = R(q) - P(q) = 60q - (24q - 3\,120) = 36q + 3\,120$.

Les frais fixes sont de 3 120 $ et les frais variables sont de 36 $.

b) 130 articles.

11. Soit q le nombre d'unités, R le revenu et C le coût de fabrication. Le revenu est $R(q) = 19q$ et le coût de fabrication est $C(q) = 11q + 8\,000$. Le seuil de rentabilité est de 1 000 unités. Le revenu au seuil est de 19 000 $.



PREMIÈRE OPTION: augmenter le prix de vente.

Soit p le prix à fixer pour obtenir la réduction visée. Une réduction de 30 % du seuil de rentabilité signifie ramener ce seuil à 700 unités (1 000 × 0,7). On cherche donc le prix p tel que $R(700) = C(700)$, sachant que $R(q) = pq$ et $C(q) = 11q + 8\,000$. On a donc :

$$R(700) = C(700),$$

d'où : $700p = 15\,700,$

ce qui donne : $p = 22{,}43$ $.

Il faudrait donc augmenter le prix de vente à 22,43 $ pour que le seuil de rentabilité diminue de 30 %. Cela représente une augmentation de 18,1 % du prix de vente. Il y a risque de perdre des clients.

DEUXIÈME OPTION: diminuer la qualité des matériaux de base (frais variables).

Soit x le coût des matériaux à utiliser pour obtenir la réduction visée. On cherche les frais variables x tels que $R(700) = C(700)$, sachant que $R(q) = 19q$ et $C(q) = xq + 8\,000$. On a alors :

$$R(700) = C(700),$$

d'où : $13\,300 = 700x + 8\,000,$

ce qui donne : $x = 7{,}57$ $.

Il faudrait réussir à diminuer les frais variables à 7,57 $ pour que le seuil de rentabilité diminue de 30 %. Cela représente une diminution de 31,2 % des frais variables, il y a un risque de diminuer la qualité du produit fini et de perdre des clients. Il est possible que les frais de garantie (service après vente) soient augmentés ce qui va diminuer l'effet de la réduction du seuil de rentabilité.

TROISIÈME OPTION: diminuer les frais fixes (coûts d'opération).

Soit y les frais d'opération qui permettraient d'obtenir la réduction visée. On cherche les frais fixes y tels que $R(700) = C(700)$, sachant que $R(q) = 19q$ et $C(q) = 11q + y$. On a alors :

$$R(700) = C(700),$$

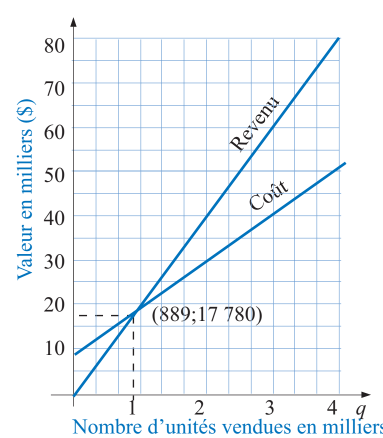
d'où : $13\,300 = 7\,700 + y,$

ce qui donne : $y = 5\,600$ $.

Il faudrait réussir à diminuer les frais fixes à 5 600 $ pour que le seuil de rentabilité diminue de 30 %. Les frais fixes sont difficilement compressibles, à moins d'implanter un nouveau procédé plus automatisé, ce qui implique des investissements.

Si le prix de vente est augmenté de 1 $, le revenu est $R(q) = 20q$ et le coût de fabrication est $C(q) = 11q + 8\,000$.

Le seuil de rentabilité est de 889 unités et le revenu au seuil est de 17 780 $.



On peut envisager de réduire les frais variables ou les frais fixes. On a donc:

QUATRIÈME OPTION: augmenter le prix de vente de 1 $ et diminuer les frais variables.

Soit x le coût des matériaux à utiliser pour obtenir la réduction visée. On cherche les frais variables x tels que $R(700) = C(700)$, sachant que $R(q) = 20q$ et $C(q) = xq + 8\ 000$. On a alors

$$R(700) = C(700)$$

d'où : $$14\ 000 = 700x + 8\ 000$$

ce qui donne : $$x = 8{,}57\ \$$$

En fixant le prix de vente à 20 $, il faudrait réussir à diminuer les frais variables à 8,57$ pour que le seuil de rentabilité diminue de 30 %. Cela représente une diminution de 22,1% des frais variables, ce qui amoindrirait l'impact sur la qualité du produit fini.

CINQUIÈME OPTION: augmenter le prix de vente de 1 $ et diminuer les frais fixes.

Soit y les frais d'opération qui permettraient d'obtenir la réduction visée. On cherche les frais fixes y tels que $R(700) = C(700)$, sachant que $R(q) = 20q$ et $C(q) = 11q + y$. On a alors :

$$R(700) = C(700),$$

d'où : $$14\ 000 = 7\ 700 + y,$$

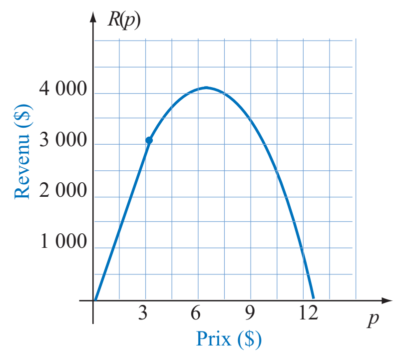
ce qui donne : $$y = 6\ 300\ \$.$$

Il faudrait réussir à diminuer les frais fixes à 6 300 $ pour que le seuil de rentabilité diminue de 30 %. Cela représente une diminution de 21,25 %.

EXERCICES 2.4

1. Soit p le prix du billet, q le nombre de spectateurs et $R(p)$ le revenu en fonction du prix du billet. On a alors :

$$q=\begin{cases}900 & \text{si } 0 \le p \le 3{,}75\\ 1\ 275-100p & \text{si } 3{,}75 < p \le 12{,}75\end{cases}$$

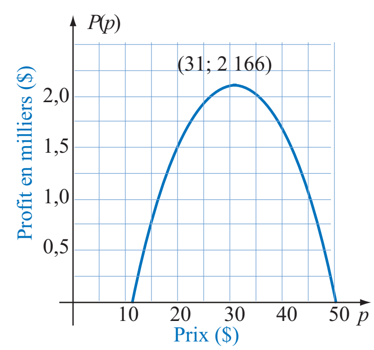


$$R(p)=\begin{cases}900p & \text{si } 0 \le p \le 3{,}75\\ 1\ 275p-100p^2 & \text{si } 3{,}75 < p \le 12{,}75\end{cases}$$

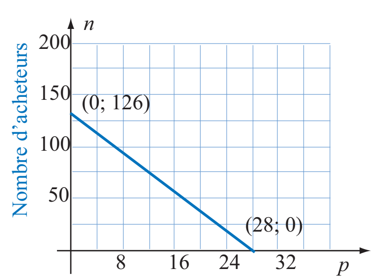
$p = 6{,}38$ $, $q = 637$ spectateurs et $R = 4\ 064{,}06$ $

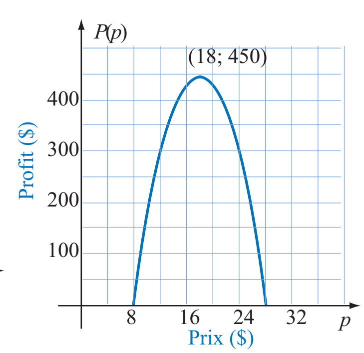
2. a) Les seuils de rentabilité sont donnés par les zéros de la fonction profit. Dans le cas présent, on obtient $p = 12$ et $p = 50$. Le prix minimal que l'on peut fixer pour que la production soit rentable est de 12 $ l'unité.
   b) Le prix maximal que l'on peut fixer pour que la production soit rentable est de 50 $.
   c) Le profit est maximal lorsque $p = -b/2a$, soit 31 $. Le profit est alors :

$$P(31) = 2\ 166\ \$.$$

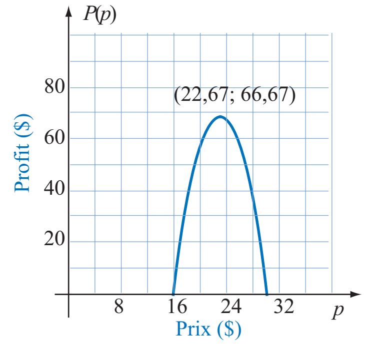


3. a) Le revenu est $R(p) = 126p - 4{,}5p^2$ et le coût de production est $C(q) = 8q$. Si l'on pose :
   $q = 126 - 4{,}5p$, on peut exprimer le coût de production en fonction du nombre d'articles vendus, ce qui donne :
   $C(p) = 1\ 008 - 36p$
   Le profit est donc :
   $$\begin{aligned}P(p) &= R(p) - C(p)\\ &= 126p - 4{,}5p^2 - (1\ 008 - 36p)\\ &= -4{,}5p^2 + 162p - 1\ 008.\end{aligned}$$
   b) Les seuils de rentabilité sont 8 $ et 28 $.
   d) Le prix engendrant le profit maximal est :
   $p = -b/2a = 18$ $
   Le volume des ventes est alors de 45 unités et le profit est :
   $$P(18) = 450\ \$.$$



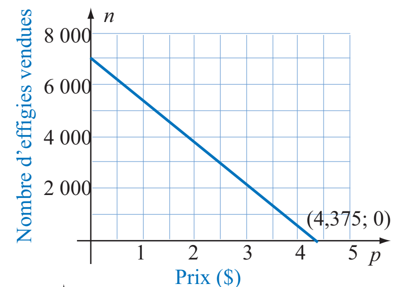


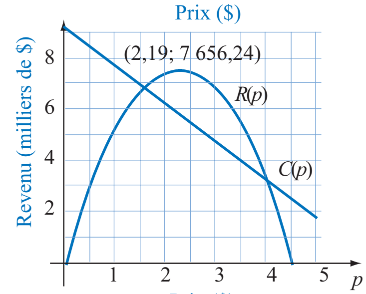
4. a) La demande est décrite par $q = -1{,}5p + 56$ et le revenu par: $R(p) = -1{,}5p^2 + 56p$
Le coût de production est $C(q) = 8q + 256$ Le profit est :
$P(p) = -1{,}5p^2 + 56p - 8(-1{,}5p + 56) - 256$
$\quad = -1{,}5p^2 + 68p - 704.$
Les seuils de rentabilité sont $p = 16$ \$ et $p = 29{,}33$ \$. Le profit sera maximal si le prix est de 22,67 \$; ce profit est alors de 66,67 \$.
Étant donné qu'il est possible de réaliser un profit, on pourrait décider de produire l'article et le vendre 22,67 \$.

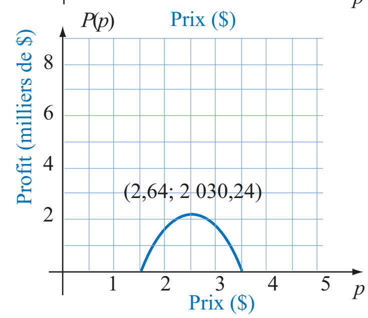


b) Si les coûts fixes étaient de 356 \$, la fonction profit serait
$$P(p) = -1{,}5p^2 + 68p - 804.$$
Dans cette éventualité, on aurait $b^2 - 4ac = 4\ 624 - 4\ 824 < 0$.
La fonction profit n'ayant pas de zéro et étant concave vers le bas, la production ne serait jamais rentable, peu importe le prix fixé. On déciderait donc de ne pas produire l'article.

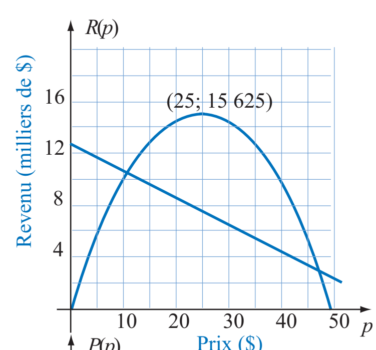
5. a) La demande est décrite par :
$q = -1\ 600p + 7\ 000.$
b) Le coût de production est :
$C(q) = 0{,}9q + 2\ 800.$
$C(p) = -1\ 440p + 9\ 100.$
c) Le revenu est donné par :
$R(p) = -1\ 600p^2 + 7\ 000p.$
Le revenu maximal est obtenu lorsque :
$p = -b/2a = 2{,}19$ \$, le volume des ventes est de 3 496 unités et
$R(3\ 496) = 7\ 656{,}24$ \$.
d) Les prix correspondants aux seuils de rentabilité sont 1,51 \$ et 3,76 \$ pour 4 584 et 984 effigies.
e) Le profit est :
$P(p) = -1\ 600p^2 + 8\ 440p - 9\ 100.$
f) Le profit sera maximal si le prix est de 2,64 \$.
Ce profit est alors de 2 030,24 \$.

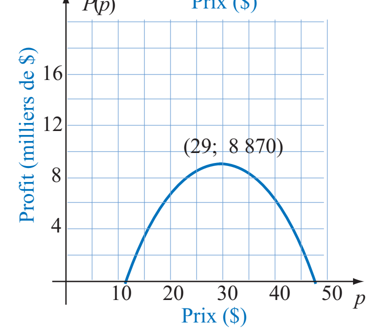




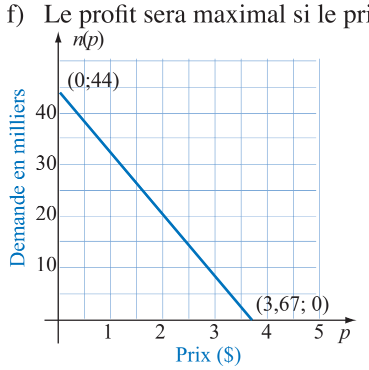


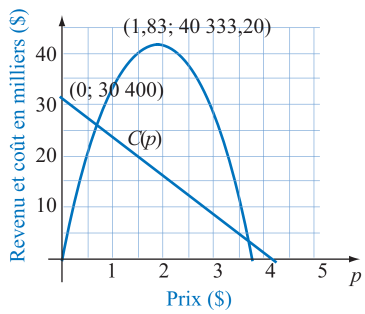
6. a) La demande est décrite par :
$q = 1\ 250 - 25p.$
et le revenu est décrit par :
$R(p) = -25p^2 + 1\ 250p.$
Le revenu maximum est obtenu lorsque :
$p = -b/2a = 25$ \$, le volume des ventes est de 625 unités et $R(25) = 15\ 625$ \$.
Le coût de production est :
$C(q) = 8q + 2\ 155.$
$C(p) = -200p + 12\ 155.$
b) Le profit est :
$P(p) = -25p^2 + 1\ 450p - 12\ 155.$
Le profit sera maximal si le prix est de 29 \$; ce profit est alors de 8 870 \$ et le volume des ventes est de 525 unités.
Les seuils de rentabilité sont 10,16 \$ et 47,84 \$.

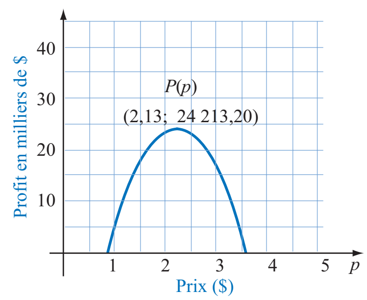




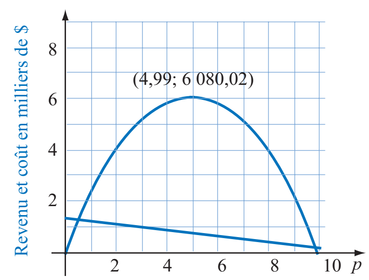
7. a) En trouvant l'équation de la droite passant par les points (1,50;26 000) et (2,50; 14 000), on obtient que la demande est décrite par
   $q = -12\ 000p + 44\ 000$.
   b) Le coût de production est
   $C(q) = 0{,}60q + 4\ 000$.
   $C(p) = -7\ 200p + 30\ 400$.
   c) Le revenu est donné par
   $R(p) = -12\ 000p^2 + 44\ 000p$.
   Le revenu maximal est obtenu lorsque :
   $p = -b/2a = 1{,}83$ \$, le volume des ventes est de 22 040 unités et $R(1{,}83) = 40\ 333{,}20$ \$.
   d) Les seuils de rentabilité sont 0,71 \$ et 3,55 \$, les volumes des ventes respectifs sont 35 480 unités et 1 400 unités.
   e) Le profit est :
   $P(p) = -12\ 000p^2 + 51\ 200p - 30\ 400$.
   f) Le profit sera maximal si le prix est de 2,13 \$; ce profit est alors de 24 213,20 \$.



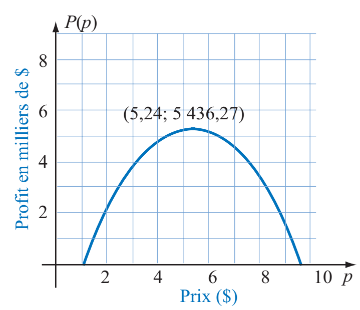




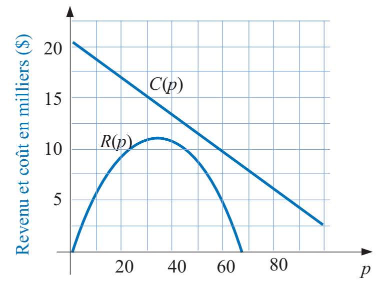
8. a) Dans cette situation, la relation entre le prix et la demande est :
   $q = -244p + 2\ 436$.
   Le revenu est donné par :
   $R(p) = -244p^2 + 2\ 436p$.
   Le revenu maximum est obtenu lorsque :
   $p = -b/2a = 4{,}99$\$, le nombre de spectateurs est 1 218 (si la salle est assez grande) et $R(4{,}99) = 6\ 080{,}02$ \$

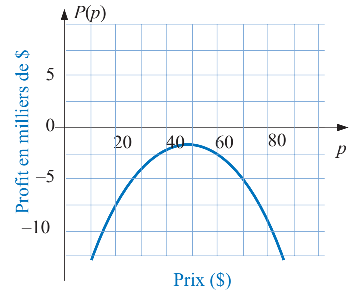


   b) Le coût de production est :
   $C(q) = 0{,}50q + 50$.
   $C(p) = -122p + 1\ 268$.
   Le profit est :
   $P(p) = -244p^2 + 2\ 558p - 1\ 268$.
   Le profit sera maximal si le prix est de 5,24 \$, ce profit est alors de 5 436,27 \$.

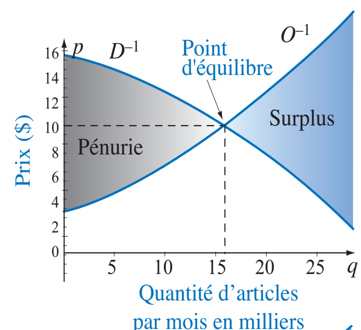


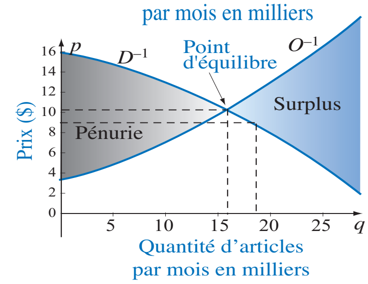
9. Dans cette situation, la relation entre le prix et la demande est :
$q = -10p + 680$.
Le coût de production est
$C(q) = 18q + 8\,000$.
$C(p) = -180p + 20\,240$.
Le revenu est donné par
$R(p) = -10p^2 + 680p$.
Le revenu maximal est obtenu lorsque
$p = -b/2a = 34$ \$, le volume des ventes est alors de 340 unités et
$R(34) = 11\,560$ \$.
Le profit est :
$P(p) = -10p^2 + 860p - 20\,240$.
Le profit sera maximal si le prix est de 43 \$; ce profit est alors de –1 750 \$.
Cette production ne peut être rentable. Il ne faut pas fabriquer ce produit.



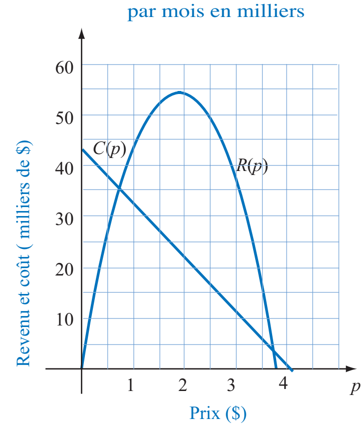


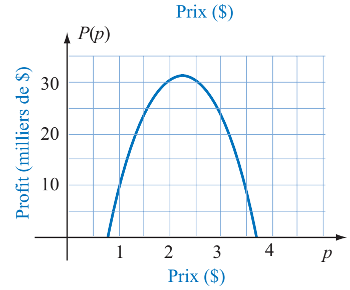
10. a) $0{,}01q^2 + 0{,}28q + 3{,}20 = -0{,}01q^2 - 0{,}2q + 16$
$0{,}02q^2 + 0{,}48q - 12{,}8 = 0$.
En multipliant par 100 :
$2q^2 + 48q - 1280 = 0$. En divisant par 2 :
$q^2 + 48q - 640 = 0$. En factorisant :
$(q + 40)(q - 16) = 0$.
$q = -40$ est à rejeter et on a $q = 16$. La quantité à l'équilibre est de 16 000 unités.
Le prix à l'équilibre est :
$p = O^{-1}(16) = 0{,}01(16)^2 + 0{,}28(16) + 3{,}20 = 10{,}24$\$.
b) Pour écouler les 6 000 unités en trois mois, il doit fixer son prix de façon à en écouler 2 000 de plus par mois. Il doit donc en vendre 18 000 unités par mois.
Le prix à fixer est :
$p = D^{-1}(18) = 9{,}16$\$.



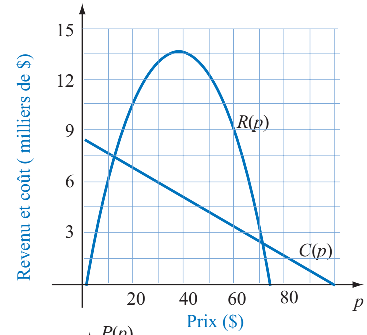


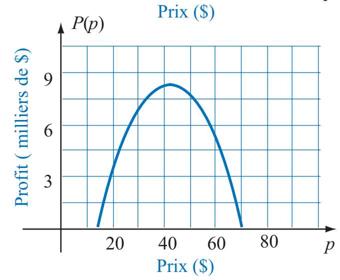
11. $q = -16\,400p + 60\,000$.
a) Le revenu est donné par :
$R(p) = -16\,400p^2 + 60\,000p$.
b) Le revenu maximum est obtenu lorsque :
$p = -b/2a = 1{,}83$ \$, le volume des ventes est alors de 29 988 unités. On arrondira à 30 000 unités, c'est une prévision.
$R(1{,}83) = 54\,878{,}04$ \$, soit environ 55 000 \$. Encore ici, ce que l'on obtient c'est l'ordre de grandeur.
c) Le coût de production est :
$C(q) = 0{,}64q + 5\,000$,
$C(p) = -10\,496p + 43\,400$.
Le profit est :
$P(p) = -16\,400p^2 + 70\,496p - 43\,400$.
d) Le profit sera maximum si le prix est de 2,15 \$; ce profit est alors de 32 357 \$ que l'on arrondit à 32 000 \$ Le volume des ventes est alors de 24 740 unités par le modèle, on acceptera 25 000 comme prévision.
e) Les seuils de rentabilité sont 0,74 \$ et 3,55 \$.





12. $q = -10p + 737$.
   a) Le revenu est donné par :
   $R(p) = -10p^2 + 737p$.
   b) Le revenu maximal est obtenu lorsque :
   $p = -b/2a = 36{,}85$ \$, le volume des ventes est alors de 369 environ.
   $R(36{,}85) = 13\ 579{,}23$, soit environ 14 000 \$.
   c) Le coût de production est :
   $C(q) = 8q + 2\ 550$,
   $C(p) = -80p + 8\ 446$.
   Le profit est :
   $P(p) = -10p^2 + 817p - 8\ 446$.
   d) Le profit sera maximal si le prix est de 40,85 \$; ce profit est d'environ 8 200 \$.
   e) Les seuils de rentabilité sont 12,14 \$ et 69,56 \$.



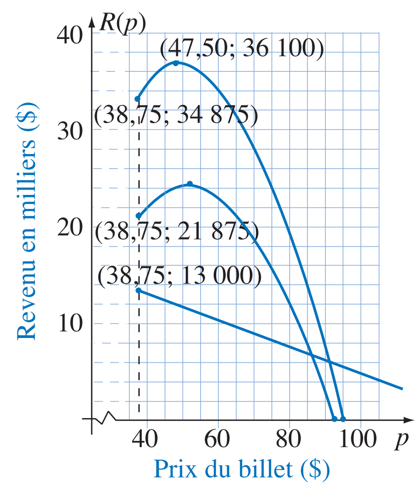


13. a) Les frais fixes et les frais variables sont donnés, on peut écrire directement la fonction coût,
   soit $C(q) = 10q + 4\ 000$.

   En substituant à q sa description en fonction du prix, on obtient le coût de production en fonction du prix du billet, soit :
   $C(p) = 10(-16p + 1\ 520) + 4000$
   $= -160p + 19\ 200$ \$
   Graphiquement, c'est une droite dont la pente est –160 et l'ordonnée à l'origine est 19 200.

   La fonction profit est le revenu moins le coût de production.
   Le graphique du profit en fonction du prix du billet est une parabole dont le sommet est atteint à p = 52,50 \$

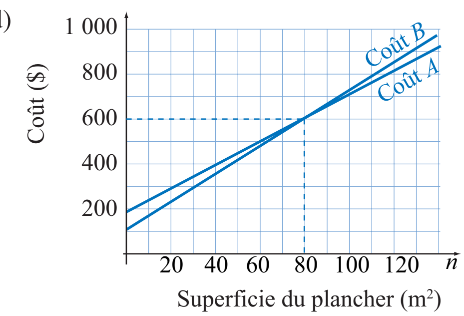
   En tenant compte du domaine de validité, le propriétaire fait un profit dans l'intervalle de 38,75 \$ \$ à 91,95 \$.



   Le profit atteint sa valeur maximale à $p = -b/2a$, soit 52,50 \$. À ce prix, il y a 680 spectateurs, pour un revenu de 35 700 \$, un coût de production de 10 800 \$ et un profit de 24 900 \$.

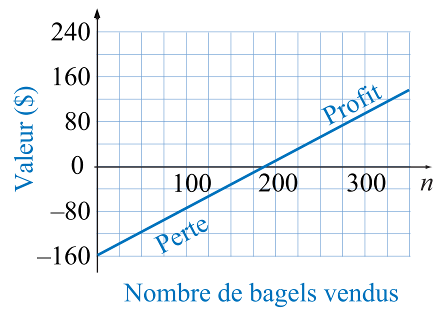
Exercices de synthèse

1. a) $A(n) = 5n + 200$ et $B(n) = 6n + 120$
   b) $A(20) = 300$ \$ et $B(20) = 240$ \$
   c) $A(80) = 600$ \$ et $B(80) = 600$ \$
   d)



   e) Le niveau d'indifférence est atteint pour une superficie de 80 m2. Pour une superficie plus grande, il est préférable de choisir la compagnie A.

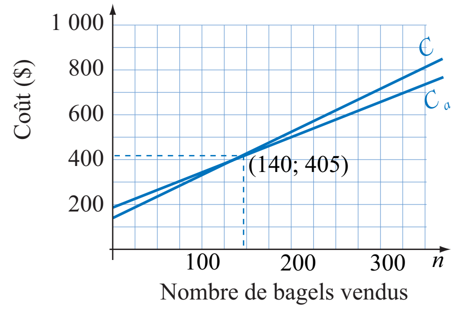
2. a) La variable indépendante est le nombre de bagels vendus n et la variable dépendante est le coût de production C.
   b) $C(n) = 1{,}75n + 160$
   c) $R(n) = 2{,}60n$
   d) 189 bagels
   e) $P(n) = 0{,}85n - 160$



En vendant moins de 189 bagels par jour, le commerce subit une perte. En vendant 189 bagels et plus, le commerce réalise un profit.

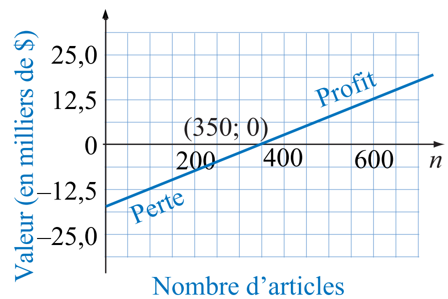
f) $C_2(n) = 1{,}50n + 195$, le seuil est atteint à 178 bagels.

g) Le niveau d'indifférence est de 140 bagels.



h) Oui, puisque le nombre moyen de bagels vendus est supérieur au niveau d'indifférence.

3. a) $P(n) = R(n) - C(n) = 45n - 15\ 750$

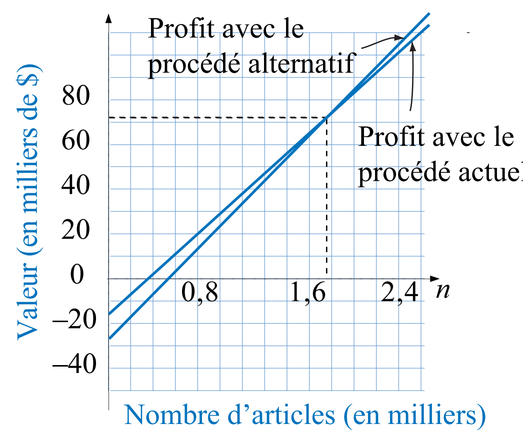


b) L'abscisse à l'origine de la fonction est le seuil de rentabilité de la production.

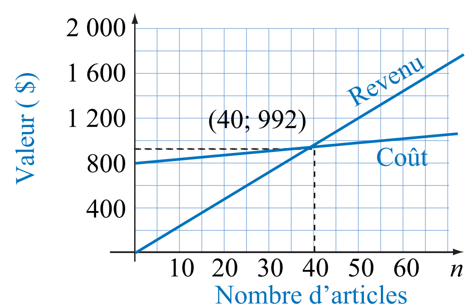
c) $P(n) = 50n - 25\ 500$

d) Le niveau d'indifférence est 1 950 unités. Pour une production supérieure à 1 950 unités, l'implantation du nouveau procédé est rentable et souhaitable.

e) Changer le processus si les ventes mensuelles sont supérieures à 1 950 unités, sinon ne rien changer.

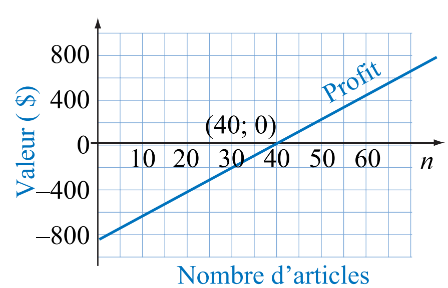


4. a) Soit n le nombre d'articles, R le revenu et C le coût de production. Le revenu est $R(n) = 24{,}80n$ et le coût est $C(n) = 3{,}55n + 850$.



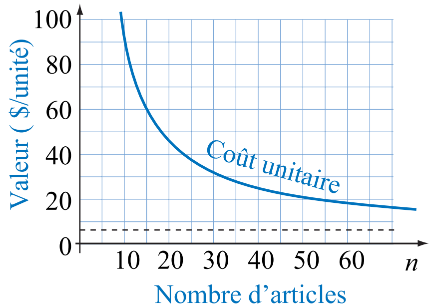
b) $P(n) = 21{,}25n - 850$

c) Le seuil de rentabilité est 40, c'est l'abscisse du point de rencontre des fonctions revenu et coût. C'est également l'abscisse à l'origine de la fonction profit.



d) $C_u(n) = 3{,}55 + \dfrac{850}{n}$

n	$C_u(n)$ $/unité
10	88,55
20	46,05
30	31,88
40	24,80
50	20,55
60	17,72



e) 24,80 $

5 a) Le revenu est donné par
$R(p) = -520p^2 + 53\,600p$.

b) Le revenu maximal est obtenu lorsque
$p = -b/2a$ = 51,54 $, le volume des ventes est alors de 26 799. Le revenu est alors: R(51,54) = 1 381 230 $.

c) Le coût de production est
$C(q) = 32q + 42\,000$
$C(p) = -16\,640p + 1\,757\,200$
Le profit est
$P(p) = -520p^2 + 70\,240p - 1\,757\,200$

c) Le profit sera maximal si le prix est de 67,54 $; ce profit est alors d'environ 614 750 $. Le volume des ventes est alors d'environ 18 479 paires de chaussures.
Les seuils de rentabilité sont 33,16 $ et 101,92 $