



Carl Harald Cramér  
1893-1985

Les travaux du mathématicien suédois Harald Cramér ont porté sur les nombres premiers, les nombres premiers jumeaux, les probabilités, les mathématiques de l'actuariat et la statistique. On lui doit entre autres un coefficient qui permet de mesurer l'association entre deux variables qualitatives ayant plus de deux modalités, appelé coefficient  $V$  de Cramér.

# Carl Harald Cramér

Né à Stockholm en 1893, Harald Cramér est admis à l'Université de Stockholm en 1912. Il y étudie les mathématiques et la chimie. Durant ses études, il est assistant de recherche du chimiste Hans von Euler-Chelpin<sup>1</sup> avec qui il cosigne cinq articles de 1913 à 1914.

Par la suite, Cramér se concentre uniquement sur les mathématiques. Ses recherches, toujours à l'Université de Stockholm, se font sous la direction de Marcel Riesz<sup>2</sup>. Influencé par Godfrey Harold Hardy<sup>3</sup>, les premières recherches de Cramér portent sur la théorie des nombres. Ses résultats sont publiés dans sa thèse « Sur une classe de la série Dirichlet<sup>4</sup> », pour laquelle il obtient un doctorat en 1917.

Il est alors nommé professeur adjoint de mathématiques à l'Université de Stockholm, poste qu'il occupe de 1917 à 1929. Parallèlement à sa carrière universitaire, il travaille comme actuaire pour une compagnie d'assurances suédoise, ce qui l'amène à poursuivre des recherches dans les domaines de l'actuariat et des assurances.

Par la suite, Cramér se concentre uniquement sur les mathématiques. Ses recherches, toujours à l'Université de Stockholm, se font sous la direction de Marcel Riesz<sup>2</sup>. Influencé par Godfrey Harold Hardy<sup>3</sup>, les premières recherches de Cramér portent sur la théorie des nombres. Ses résultats sont publiés dans sa thèse « Sur une classe de la série Dirichlet<sup>4</sup> », pour laquelle il obtient un doctorat en 1917.

Il s'intéresse alors aux probabilités et constate qu'une nouvelle approche était nécessaire dans ce domaine qui à l'époque n'était pas considérée comme une partie importante des mathématiques. Pour Cramér, il fallait introduire le concept de probabilité par une définition purement mathématique et en déduire les propriétés fondamentales par des raisonnements mathématiques.

1. Hans von Euler-Chelpin fut professeur de chimie générale et organique à l'université de Stockholm de 1906 à 1941 et directeur de l'Institut de recherche en chimie organique de 1938 à 1948.
2. Marcel Riesz (1886-1969) est un mathématicien hongrois. Sur l'invitation de Gösta Mittag-Leffler, il rejoint l'Académie de Stockholm en 1908. Il est demeuré en Suède jusqu'à sa mort. À partir de 1926, il est professeur à l'université de Lund. Riesz est connu pour ses travaux en analyse, sur les équations aux dérivées partielles, les séries divergentes, les algèbres de Clifford et la théorie des nombres. Il a dirigé la thèse de Harald Cramér sur ce dernier thème.
3. Godfrey Harold Hardy (1877-1947), mathématicien britannique, connu pour ses travaux en théorie des nombres et en analyse.
4. Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859), mathématicien prussien qui apporta de profondes contributions à la théorie des nombres, en créant le domaine de la théorie analytique des nombres. Cette branche utilise des méthodes d'analyse mathématique pour résoudre des problèmes concernant les nombres entiers. Une série  $L$  de Dirichlet est une série du plan complexe utilisée en théorie analytique des nombres.



Il a publié ses travaux dans ce domaine à Cambridge en 1937, sous le titre *Variables aléatoires et distributions de probabilité*.

Après la Seconde Guerre mondiale, il a publié *Méthodes mathématiques des statistiques* en 1946 dans lequel il montre que la pratique statistique dépend d'une d'analyse mathématique rigoureuse.

Cramér a également apporté d'importantes contributions à la distribution des nombres premiers et des nombres premiers jumeaux (voir encadré). Son article le plus célèbre sur ce sujet est intitulé « *De l'ordre de grandeur de la différence entre les nombres premiers consécutifs* ». Dans cet ouvrage, il utilise la probabilité et la statistique en théorie des nombres et présente ce qui est appelé maintenant la *conjecture de Cramér* (voir encadré sur ce sujet).

En 1929, l'Université de Stockholm crée une chaire de mathématiques actuarielles et de statistique mathématiques. Cramér en est le premier titulaire, poste qu'il occupe jusqu'en 1958. Il est élu membre de l'American Statistical Association en 1950. À partir de cette même année, il assume le poste de président

## Conjecture de Cramér

La conjecture de Cramér, formulée par le mathématicien en 1936, est à l'effet que l'écart  $g_n$  entre les nombres premiers a un comportement asymptotique décrit par

$$g_n = p_{n+1} - p_n = O((\ln p_n)^2),$$

où  $g_n$  est le  $n$ -ième écart,  $p_n$  est le  $n$ -ième nombre premier et  $O$  désigne le symbole de Bachmann-Landau. Ce symbole indique que  $g_n$  est bornée asymptotiquement par la fonction  $(\ln p_n)^2$  à un facteur  $k$  près, autrement dit :

$$g_n \leq k \times (\ln p_n)^2, \text{ où } k > 0.$$

Cette conjecture n'a toujours pas été démontrée.

## Nombres premiers jumeaux

Le concept de nombres premiers jumeaux a été introduit par le mathématicien Allemand Paul Stäckel (1862-1919). Ce sont des paires de nombres premiers dont la différence est égale à 2. Ainsi, (3; 5), (5; 7), (11; 13), (17; 19), (29; 31), (41; 43), (59; 61), (71; 73), sont les paires de nombres premiers jumeaux dont les termes sont inférieurs à 100. À partir de la deuxième paire, chaque terme est de la forme  $6n \pm 1$ . Parmi les 100 000 000 plus petits nombres premiers, il y a 6 497 407 paires de nombres premiers jumeaux.

de l'Université de Stockholm. En 1958, il est nommé chancelier du système universitaire suédois. Cramér a pris sa retraite du système universitaire suédois et de son poste d'actuaire consultant en 1961. Il s'est alors consacré à des travaux de recherches qui se sont étalés sur une vingtaine d'années. Durant cette période, il a beaucoup voyagé en Europe et aux États-Unis pour poursuivre

ses recherches, avec des séjours importants à Berkeley, Princeton, et au Research Triangle Institute de Caroline du Nord.

Cramér fut président honoraire de la Swedish Actuarial Society et a reçu un doctorat honorifique de l'Université Heriot-Watt<sup>5</sup> en 1972.

Sa carrière professionnelle s'est échelonnée sur 70 ans de 1913 à 1982.

## Coefficient $V$ de Cramér

Le coefficient de Cramér est défini par

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{n(h-1)}}$$

où  $\chi^2$  est la valeur (du khi-2) calculée à partir d'un tableau de contingence dont les variables qualitatives ont plus de deux catégories,  $n$  est le nombre de données et  $h$  est le nombre de catégories de la variable qui en a le moins.

5. L'université Heriot-Watt d'Édimbourg en Écosse est la huitième plus vieille université du Royaume-Uni. Son nom fait référence à George Heriot, ministre des Finances du roi Jacques VI d'Écosse au XVI<sup>e</sup> siècle, ainsi qu'à James Watt, célèbre inventeur du XVIII<sup>e</sup> siècle ingénieur écossais dont les améliorations de la machine à vapeur ont mené à l'avènement de la révolution industrielle.