Un peu *d'histoire*

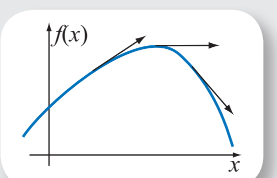
THÉORÈME FONDAMENTAL

La découverte du théorème fondamental est attribuée à Isaac Newton (1642-1727) et à Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716). Une violente controverse a d'ailleurs opposé les deux savants sur la paternité de cette découverte et cette controverse a profondément divisé les mathématiciens de l'époque. Les mathématiciens anglais se sont rangés derrière Newton alors que les mathématiciens continentaux ont rejoint le camp de Leibniz.

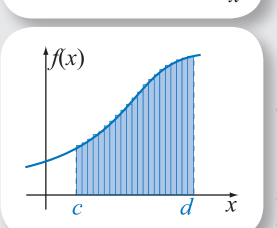
À l'origine, ce théorème n'avait pas la formulation que l'on rencontre maintenant dans les ouvrages de calcul différentiel et intégral. Les deux savants n'utilisaient pas les mêmes notations et n'avaient pas suivi le même cheminement pour parvenir à cette découverte.

Les méthodes et notations de Newton étaient obtenus par une démarche et des fondements géométriques alors que Leibniz était préoccupé par le développement d'un langage et d'une notation efficaces et simples d'applications. Les mathématiciens européens ont adopté les notations et procédures de Leibniz alors que les mathématiciens anglais ont opté pour celles de Newton et ont persisté dans ce choix durant environ un siècle. C'est pourquoi les premiers développements du nouveau calcul ont été l'œuvre de mathématiciens du continent.

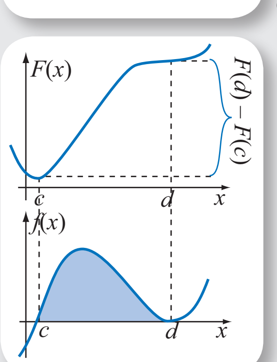
Le théorème fondamental établit la relation entre les problèmes rencontrés dans l'étude du mouvement et ceux rencontrés dans le calcul de l'aire délimitée par une courbe.



La direction du mouvement en un instant quelconque est celle de la tangente à la trajectoire et les démarches pour déterminer cette tangente, ont amené le développement du calcul différentiel.



Les premières démarches pour résoudre les problèmes de calcul d'aire nécessitaient la somme infinie d'aire de rectangles, même pour des fonctions simples. Ce sont les premières méthodes du calcul intégral.



Avec le théorème fondamental et la très grande efficacité des notations de Leibniz, les problèmes de calcul d'aire se réduisent à la recherche d'une fonction dont on connaît la dérivée. La différence des images aux frontières d'un intervalle [*c*; *d*] par cette fonction, appelée primitive, est égale à l'aire sous la courbe de la dérivée dans cet intervalle.

Les premiers développements du nouveau calcul furent l'œuvre des mathématiciens Jacques (1654-1705) et Jean (1667-1748) Bernoulli. C'est à la lecture d'articles de Leibniz dans les *Acta Eruditorum* que les deux frères ont été initiés au calcul différentiel et intégral. Par leurs échanges, entre eux et avec Leibniz, ils ont contribué de façon significative à structurer le nouveau calcul de façon cohérente, à préciser les termes utilisés et à développer de nouveaux domaines d'application.

Un élève de Jacques Bernoulli, Leonhard Euler (1707-1783), a contribué de façon importante au développement des applications en mathématisant des phénomènes étudiés dans des domaines aussi divers que la mécanique, l'astronomie, l'acoustique, l'hydraulique, la construction navale, la théorie ondulatoire de la lumière. Préoccupés surtout du développement des applications, les mathématiciens des XVII^{e} et XVIII^{e}siècles oubliaient que les assises du calcul différentiel et intégral n'étaient pas claires.

Transmettre la connaissance implique que l'on soit capable de clarifier les fondements, d'expliquer le pourquoi et pas simplement le comment. La recherche de clarification des fondements du calcul est venue du désir de certains élèves de l'école Polytechnique, fondée en 1794, de comprendre pourquoi le calcul différentiel et intégral, qu'on appelait analyse, fonctionnait si bien. L'un de ces élèves, Augustin-Louis Cauchy, une fois devenu professeur dans cette institution, a reformulé avec rigueur la présentation de l'analyse. Pour ce faire, il définit les concepts à l'aide la notion de limite, notion dont la définition actuelle est due à Karl Weierstrass (11815-1897).

Dans les premiers phénomènes étudiés à l'aide du calcul différentiel et intégral, les variables avaient un comportement intuitivement continu, la trajectoire d'un projectile ou d'une planète, l'eau qui coule. Vers 1805, Joseph Fourier (1768-1830) étudie la propagation de la chaleur dans les corps solides. Dans ses travaux, Fourier introduit une notation, qui sera reprise par Cauchy, pour représenter l'aire sous la courbe d'une fonction lorsque la variable indépendante varie de *c* à *d*.

Dans son étude de la propagation de la chaleur, Fourier envisage la possibilité que la température puisse être très différente entre deux points voisins. Il manipule donc des fonctions qui ont des sauts finis lorsque la variable indépendante passe d'une valeur à l'autre et le nombre de sauts peut être infini. Peut-on appliquer le calcul différentiel et intégral dans un tel contexte ? Peut-on, intuitivement, donner un sens à l'aire sous une courbe qui a un nombre infini de sauts ?

NH Newton01-02, NH Leibniz01-05,

NH Bernoulli01-02-04, NH Euler01-03,

NH Cauchy01-02 NH Limite, NH Fourier01-02,

NH Weierstrass.