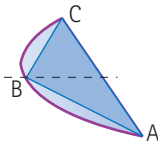


DÉCOUPAGE D'UNE SURFACE ET D'UN SOLIDE

L'idée de découper une surface en bandes pour en évaluer l'aire et de découper un solide en tranches pour en évaluer le volume n'est pas apparue avec le calcul intégral. Archimède a procédé de cette façon pour déterminer l'aire d'un segment de parabole. Il imaginait que celle-ci était découpée en bandes rectangulaires et en appliquant les propriétés du levier, il comparait ces bandes à celle du triangle inscrit dans le segment de parabole (NH Archimède05) pour déterminer la relation entre l'aire du segment de parabole et celle du triangle.

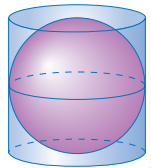
L'aire d'un segment de parabole est égale à une fois et un tiers l'aire du triangle inscrit dans ce segment.



Après avoir établi « expérimentalement » cette relation par la méthode du levier et le découpage en bandes rectangulaires, il en a démontré la validité en appliquant la méthode d'exhaustion.

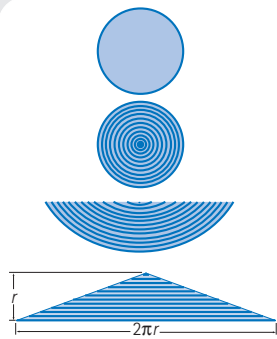
Archimède procède de façon analogue pour déterminer le volume de la sphère (NH Archimède06), il suppose la sphère découpée en tranches et, par la méthode du levier, il compare celles-ci aux tranches du cylindre et du cône de même rayon que la sphère et dont la hauteur est le diamètre de la sphère.

Lorsqu'un cylindre est circonscrit à une sphère avec un diamètre égal à celui de la sphère, le volume et la surface du cylindre sont une fois et demie le volume et la surface de la sphère.



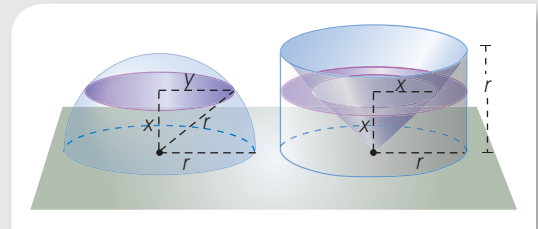
Après avoir établi la relation, il utilise à nouveau la méthode de démonstration par exhaustion pour valider sa conjecture.

Au XVII^e siècle, les mathématiciens s'intéressent à nouveau au calcul de l'aire et du volume. Bonaventura Cavalieri (1598-1647) (NH Cavalieri01) reprend l'idée du découpage en bandes et en tranches, développe la *Méthode des indivisibles* et l'applique au calcul d'aires (NH Cavalieri02). La méthode des indivisibles ne se restreint pas au découpage en bandes parallèles et elle est utilisée pour déterminer l'aire du cercle et l'aire délimitée par la spirale d'Archimède. Gilles Personne de Roberval (1602-1675) (NH Roberval01) développe une



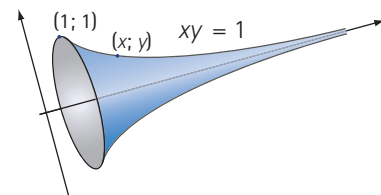
approche similaire et l'utilise pour déterminer l'aire sous la cycloïde (NH Roberval02) et dans sa démarche trace la première représentation graphique d'une sinusoïde.

Cavalieri applique sa méthode des indivisibles au calcul de volumes, en particulier le volume de la sphère selon une démarche qui rappelle celle d'Archimède et énonce des théorèmes sur le calcul de volumes encore utilisés de nos jours en stéréométrie.



Evangelista Torricelli (1608-1647) (NH Torricelli01), bien connu pour ses travaux sur la pression atmosphérique (NH Torricelli02), utilise une démarche analogue à celle des indivisibles à l'aide de laquelle il détermine le volume du solide obtenu par la révolution autour de l'axe des x de la courbe définie par $yx = 1$ dans l'intervalle $[1; \infty[$ (NH Torricelli03). Ce solide soulève un curieux paradoxe, sa longueur est infinie alors que son volume est fini. Plus intrigant encore, l'aire de sa surface est infinie alors que son volume est fini.

Trompette de Gabriel



Ce solide est appelé « trompette de Gabriel ». Ce nom associe l'infini au divin, car selon la tradition chrétienne l'archange Gabriel doit annoncer le Jour du jugement dernier en soufflant dans une trompette.

Pour déterminer le volume de ce solide, Torricelli considère qu'il est composé de tubes concentriques et c'est en déroulant ces tubes qu'il établit la relation avec le volume d'un cylindre de dimensions finies.

La similitude des méthodes utilisées par Cavalieri, Torricelli et Roberval a donné lieu à des accusations de plagiat de part et d'autre. Les disputes sur la priorité des découvertes étaient fréquentes avant la création des Académies royales et l'avènement des revues scientifiques. Les savants devaient informer des collègues de leurs découvertes, sans en révéler tous les détails pour pouvoir démontrer leur priorité en cas de d'accusation de plagiat.