



**Maria Agnesi**  
1718-1799

Maria Agnesi était une linguiste, mathématicienne et philosophe italienne. On lui attribue le premier livre traitant à la fois de calcul différentiel et de calcul intégral. Son nom est associé à une courbe, la *sorcière d'Agnesi*.

# María Agnesi

Margarita Gaetana Maria Agnesi est née le 16 mai 1718 à Milan et est morte le 9 janvier 1799 dans la même ville. Sa famille fait partie de la haute bourgeoisie milanaise, son père est un riche négociant en drap. Après la renaissance, le statut des femmes s'est un peu amélioré en Italie. Il ne leur est plus interdit de recevoir une bonne éducation et Maria est instruite par d'excellents tuteurs. Enfant prodige, elle parle le français et l'italien à l'âge de cinq ans. À neuf ans, elle lit un discours en latin d'une heure à une réunion d'universitaires, où elle aborde le droit des femmes à recevoir une éducation. À treize ans, elle maîtrise le grec, l'hébreu, l'espagnol, l'allemand et le latin.

À quinze ans, son père commence à l'inviter à son cercle d'intellectuels qui se réunissent chez lui. Maria y présente régulièrement des exposés sur les sujets philosophiques les plus complexes, elle est initiée aux mathématiques par un membre de ce cercle, le père Ramiro Rampinelli (1697-1759).

Le père de Maria, Pietro, s'est remarié deux fois après la mort de la mère de celle-ci et elle est responsable de l'éducation de ses vingt frères et sœurs. Pour leur donner la meilleure formation mathématique, elle prépare à leur intention un texte dont la rédaction s'échelonne sur dix années.

En 1748, elle publie cet ouvrage en deux tomes intitulé *Instituzioni analitiche, ad uso della gioventù italiana* et dédié à

Marie-Thérèse d'Autriche (1717-1780). Cette publication fait sensation dans le monde scientifique. Maria présente avec ordre, clarté et précision les découvertes éparpillées dans les travaux de divers mathématiciens en appliquant une présentation uniforme. Sa connaissance de plusieurs langues lui a permis de lire et de synthétiser les travaux de mathématiciens de diverses nationalités.

Le premier volume couvre l'arithmétique, l'algèbre, la trigonométrie, la géométrie analytique et le calcul différentiel et intégral. Le second volume traite des séries infinies et des équations différentielles. Personne avant elle n'avait publié de texte mathématique présentant aussi bien les méthodes de calcul de Newton que ceux de Leibniz.

Le second volume est traduit en français par Pierre Thomas Antelmy (1730-1783) avec des ajouts de Charles Bossut (1730-1814) en 1775. La traduction en anglais est assurée par John Colson (1680-1760), le détenteur de la chaire lucasienne de Cambridge.

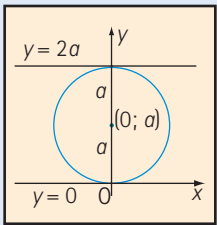
Devant cette notoriété, le pape Benoît XIV écrit à Agnesi pour lui dire qu'il a étudié les mathématiques dans sa jeunesse et que son œuvre est un apport important à la reconnaissance de l'Italie et de l'Académie de Bologne. Peu après, il la nomme lecteur honoraire à l'université de Bologne. Le président et trois professeurs de l'Académie lui proposent la chaire de mathématiques et elle reçoit confirmation de sa nomination à ce



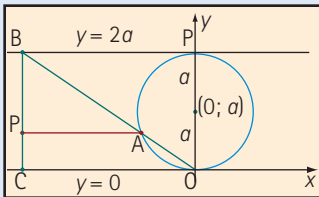
poste par le pape en octobre 1750. Maria préfère cependant se consacrer à la dévotion et se retire de la vie publique. Après la mort de son père en 1752, elle se consacre entièrement aux pauvres et lorsqu'elle meurt en 1799, elle a dépensé toute sa fortune pour leur venir en aide.

### La sorcière d'Agnesi

Le nom d'Agnesi est resté associé à une courbe qui n'est pas la première qu'elle a étudié et qu'elle n'est pas la première à avoir étudié. En effet, cette courbe a été étudiée par Pierre de Fermat (1601-1665) et par un professeur de mathématiques de l'université de Pise, Luigi Guido Grandi (1671-1742).

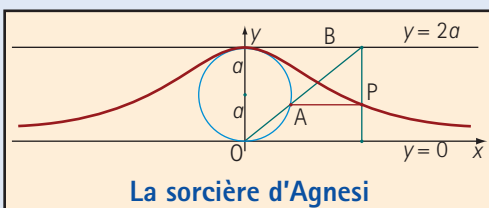


Considérons un cercle de rayon  $a$ , centré en  $(0; a)$  et ses tangentes d'équation  $y = 0$  et  $y = 2a$ . Imaginons que la partie à gauche de l'origine de la tangente d'équation  $y = 0$  tourne autour de l'origine. Le segment de tangente devient alors un segment de sécante qui coupe le cercle en un point



A. Prolongée jusqu'à sa rencontre avec la tangente d'équation  $y = 2a$ , la sécante détermine un point B. De ce point, on abaisse une perpendiculaire aux deux tangentes, déterminant ainsi un point C sur la tangente d'équation  $y = 0$ . Du point A, on abaisse la perpendiculaire à BC déterminant ainsi le point P.

La courbe formant le lieu de P lorsque le segment de tangente décrit un arc de  $180^\circ$  est la courbe étudiée par Fermat et par Grandi (1671-1742). Ce dernier a donné à cette courbe le nom *versiera* du latin *vertere* qui signifie tourner. Lorsque John Colson a traduit en anglais l'ouvrage d'Agnesi, il a confondu avec le



La sorcière d'Agnesi

nom *avversiera* qui désigne une sorcière (witch en anglais) et depuis, cette courbe est appelée dans les pays anglophones *witch of Agnesi* et dans les pays francophones *la sorcière d'Agnesi*.

Appliquons une démarche moderne pour déterminer l'équation de la courbe. Il est plus simple de déterminer d'abord l'équation paramétrique. La variable  $x$  est la longueur du côté opposé à l'angle  $\alpha$  dans le triangle OBC, on a donc

$$\tan \alpha = \frac{x}{2a}$$

d'où  $x = 2a \tan \alpha$ .

Par construction,  $y = \overline{PC} = \overline{AE}$  et, dans le triangle OAE, on a :

$$y = \overline{OA} \cos \alpha$$

De plus, le triangle OAD est rectangle puisqu'il est inscrit dans un demi-cercle et dans ce triangle,

$$\overline{OA} = 2a \cos \alpha$$

Par conséquent,

$$x = 2a \cos^2 \alpha.$$

Pour obtenir l'équation cartésienne, il suffit d'éliminer le paramètre,

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{\sec^2 \alpha} = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$$

et  $\tan \alpha = \frac{x}{2a}$

En substituant dans l'expression pour  $y$ , on obtient :

$$y = 2a \left( \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \right) = 2a \left( \frac{1}{1 + \frac{x^2}{4a^2}} \right)$$

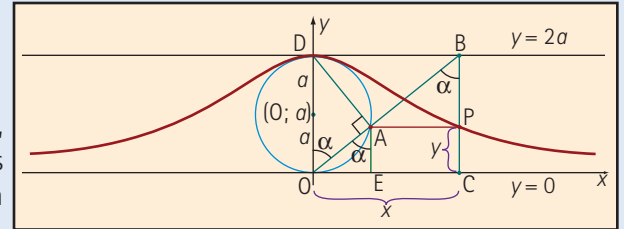
$$= 2a \left( \frac{4a^2}{4a^2 + x^2} \right) = \frac{8a^3}{x^2 + 4a^2}$$

L'équation cartésienne de la courbe est donc :

$$y = \frac{8a^3}{x^2 + 4a^2}$$

Dans le cas particulier où  $a = 1/2$ , on obtient la plus connue des sorcières :

$$y = \frac{1}{x^2 + 1}.$$



#### Cas particulier

Le cas particulier ci-contre de la *sorcière d'Agnesi* est la dérivée de la fonction  $f(x) = \text{Arctan } x$ .

