



Joseph Fourier  
1768-1830

En réalisant ses travaux sur la chaleur, Fourier a été amené à décrire les fonctions périodiques comme sommes infinies de fonctions sinus et cosinus, appelées les *séries de Fourier*.

# Joseph Fourier

## La chaleur

C'est à Grenoble que Fourier réalise l'essentiel de ses travaux les plus importants. Son obsession est le problème de la chaleur, c'est-à-dire l'étude de l'évolution de la température d'un corps au cours du temps.

On raconte qu'en Égypte, Fourier a contracté une fièvre qui le rend très sensible au froid et que c'est la raison pour laquelle il s'est intéressé à la chaleur. François Arago (1786-1853) écrit à son sujet :

*Notre confrère se vêtait, dans la saison la plus chaude de l'année, comme ne le sont même pas les voyageurs condamnés à hiverner au milieu des glaces polaires.*

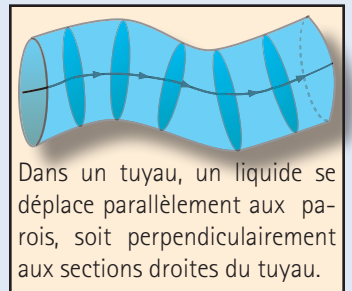
À l'époque de Fourier, il y avait une controverse sur la nature de la chaleur qui occupait les discussions des savants et des philosophes. La chaleur est-elle un fluide en mouvement ou simplement une agitation des composants de la matière ?

Fourier ne s'implique pas dans ces débats et cherche à décrire analytiquement comment elle se transmet. Il reprend l'analyse faite en 1804 par Jean-Baptiste Biot (1774-1862) et qui était restée inachevée.

La chaleur se dirige du chaud vers le froid perpendiculairement aux surfaces d'égale température qui sont appelées *surfaces isothermes*. Plus la température décroît rapidement, plus le transfert de chaleur est intense.

Son point de départ est une analogie avec un liquide dans un tuyau.

Fourier considère que la chaleur se comporte comme si elle se propageait dans des sortes de tubes de section variable perpendiculaires aux surfaces isothermes.

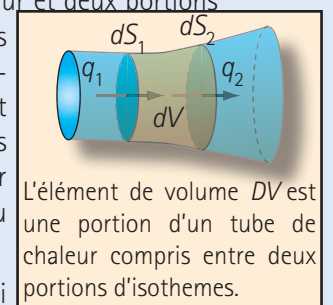


Dans un tuyau, un liquide se déplace parallèlement aux parois, soit perpendiculairement aux sections droites du tuyau.

Supposons un élément de volume bordé par un tube de chaleur et deux portions d'isothermes dont les surfaces sont respectivement  $dS_1$  et  $dS_2$  et qu'il n'y a pas d'échange de chaleur à travers les parois du tube.

Le flux de chaleur qui entre dans l'élément de volume est  $q_1 dS_1$ , et il en sort  $q_2 dS_2$ . On a donc :

$$dq = q_1 dS_1 - q_2 dS_2$$



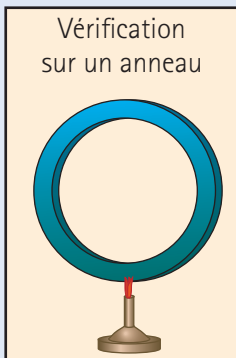
L'élément de volume  $DV$  est une portion d'un tube de chaleur compris entre deux portions d'isothermes.

Si cette différence est nulle, la chaleur dans l'élément de volume est constante. Si la différence n'est pas nulle, l'élément de volume  $dV$  accumule de la chaleur et sa température varie.

La quantité de chaleur  $dq$  contenue dans un élément de volume  $dV$ , est proportionnelle au produit de sa température et de son volume,

$$dq = cT dV.$$

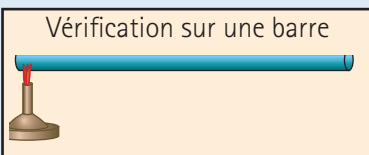
À partir de cette description et en utilisant des notions qui dépassent le niveau du cours (divergence d'un gradient d'un vecteur et Laplacien d'un vecteur) Fourier établit l'équation de la chaleur. Il en détermine la solution dans diverses situations particulières selon la forme du milieu propagateur, les températures sur les parois extrêmes et les pertes de température sur ces parois.



Vérification sur un anneau

Il vérifie expérimentalement par des mesures physiques les valeurs prédites par les solutions analytiques obtenues. C'est ainsi qu'il étudie la propagation de la chaleur dans un anneau métallique en le chauffant en un point et en notant les températures en différents points de l'anneau en fonction du temps.

Il procède à une étude analogue dans une barre longue. Dans ces expériences, il observe une décroissance logarithmique de la température.



Vérification sur une barre

Il étudie la transmission de la chaleur au-travers d'un mur homogène et observe qu'une source de chaleur externe périodique donne une variation de température qui, de l'autre côté du mur, s'exprime comme une somme de sinusoides, ce qui l'amène à penser que le modèle sinusoidal peut être une composante élémentaire de toutes les fonctions périodiques.

Dans le cas du mur avec une source de chaleur extérieure

$$T_{ex} = T_0 + a \sin(\omega t)$$

il obtient que la solution pour la température intérieure est

$$T_{in} = T_0 + a e^{-\mu x} \sin(\omega t - \mu x)$$

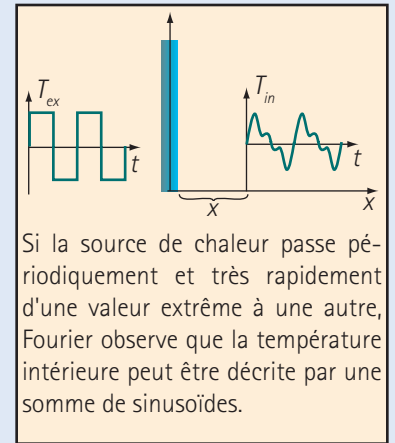
dans lequel  $\mu = \sqrt{\omega c / 2\lambda}$  où  $c$  est la capacité calorifique du matériau et  $\lambda$  est sa conductibilité thermique.

Le terme  $\mu x$  indique un déphasage de la température par rapport à la distance  $x$  du mur au point de mesure. Ce déphasage avait également été observé sous terre. L'échauffement diurne et saisonnier dû au Soleil se retrouvait sous terre avec une très faible amplitude et un déphasage croissant avec la profondeur.

Fourier présente sa théorie en 1807 devant l'Académie des sciences. Il y exprime une fonction comme somme infinie de fonctions sinusoidales et décompose une fonction mathématique comportant une règle de correspondance unique, mais complexe à décrire mathématiquement, en une somme infinie de fonctions en sinus et en cosinus. Il est alors plus facile de décrire au cours du temps l'évolution de chacune de ces fonctions, et de refaire la somme au temps  $t$ .

Les mathématiciens Laplace (Pierre-simon, 1749-1827), Poisson (Siméon-Denis, 1781-1842) et Lagrange (Joseph-Louis, 1736-1813) contestent la simplification excessive que ces outils proposent. Par rapport aux critères modernes, les conclusions de Fourier étaient très osées car il ne s'intéresse jamais à la convergence de ses séries. En 1812, il présente un mémoire amélioré sous le couvert de l'anonymat, mémoire qui est primé par l'Académie. Dans ce mémoire, il n'utilise plus les séries, mais l'intégrale qui porte son nom. La publication complète et définitive est imprimée en 1822.

Les travaux de Fourier ont amélioré les démarches de modélisation mathématique des phénomènes et contribué aux fondements de la thermodynamique.



Si la source de chaleur passe périodiquement et très rapidement d'une valeur extrême à une autre, Fourier observe que la température intérieure peut être décrite par une somme de sinusoides.