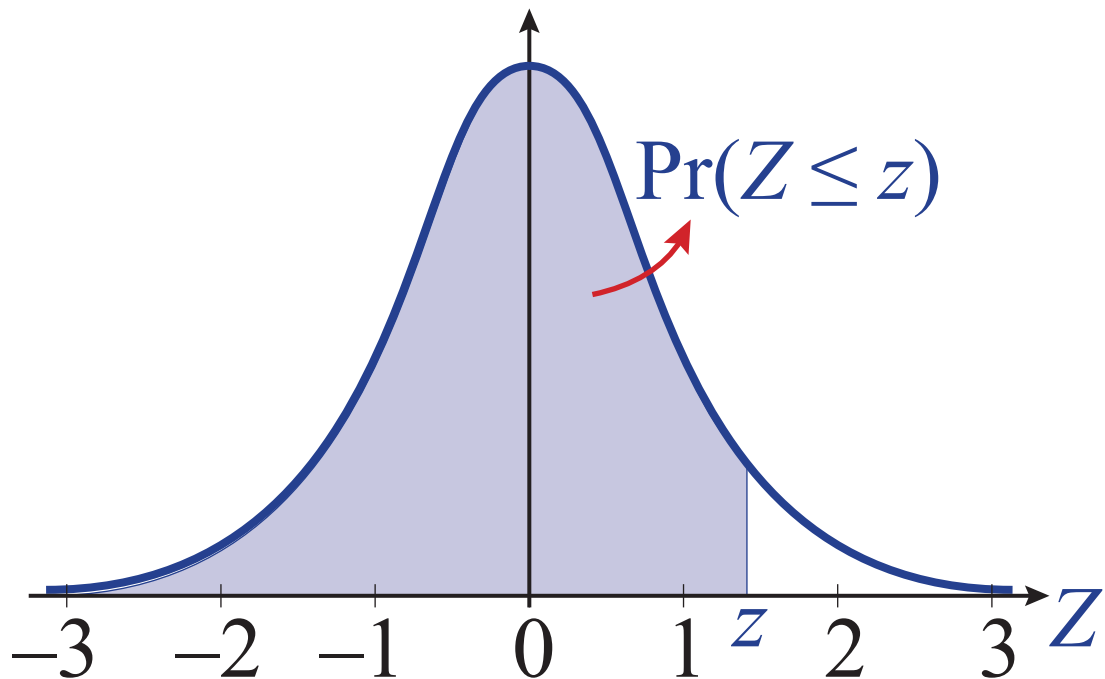


LOI NORMALE DE PROBABILITÉ

Loi normale centrée réduite



OBJECTIFS

- Calculer la cote z d'une valeur particulière dans une distribution dont la moyenne et l'écart-type sont connus.
- Calculer la probabilité que la variable aléatoire Z prenne une valeur plus petite ou égale à z .
- Calculer la valeur de X dont la cote z est donnée dans une distribution dont la moyenne et l'écart-type sont connus.
- Calculer la probabilité que la variable X prenne une valeur dans un intervalle d'une distribution dont la moyenne et l'écart-type sont connus.

Mise en situation

Préparer une feuille Excel réutilisable et calculer :

- La cote z de la valeur 62 dans une distribution dont la moyenne est 54 et l'écart-type est 12.
- La probabilité que la variable aléatoire X prenne une valeur plus petite ou égale à 62.
- La valeur de X telle que $\Pr(X \leq x) = 0,8485$ dans cette distribution.
- La probabilité que la variable X prenne une valeur dans l'intervalle $]48; 58]$.

Solution

ACTION

1. Ouvrir et personnaliser une feuille Excel.
2. Dans la plage A6:B6, définir le paramètre « moy=54 », valider et colorer B6 en vert.
3. Dans la plage C6:D6, définir le paramètre « ET=12 », valider et colorer D6 en vert.
4. Dans les premières colonnes de la ligne 8, insérer une zone de texte indiquant
« Calcul de la cote z ».
5. Dans la cellule A9, écrire « Valeur de x ». En A10, écrire 62 et donner le nom V1X à cette cellule.
6. En B9, écrire « Cote z » et en B10, faire effectuer le calcul :
$$\ll = (V1X - \text{moy}) / \text{ET} \gg$$

Donner le nom V1Z à la cellule B10.
7. À partir de la colonne D de la ligne 8, insérer une zone de texte indiquant
« Calcul de la probabilité ».
8. En D9, écrire « $\Pr(X \leq V1X) =$ » et en E9 faire effectuer le calcul
$$\ll = \text{Loi.Normale.Standard}(V1Z) \gg$$
9. Dans les premières colonnes de la ligne 12, insérer une zone de texte indiquant
« Calcul de x ».
10. En A13, écrire « Probabilité ». En A14, entrer la valeur « 0,8485 », donner le nom PrX à cette cellule et colorer celle-ci en vert.
11. En B13, écrire « Cote z ». En B14, faire calculer
$$\ll = \text{Loi.Normale.Standard.Inverse}(\text{PrX}) \gg$$
12. En C13, écrire « Valeur de x ». En B14, faire calculer
$$\ll = B14 * \text{ET} + \text{Moy} \gg$$

Suggestion

Enregistrer cette feuille Excel sous le nom « LoiNormale00 ». Vous pourrez la réutiliser en enregistrant sous un autre nom (en modifiant simplement la numérotation) pour réaliser divers exercices de laboratoire ou résoudre des exercices du livre.

Remarque

Lorsque l'on définit le paramètre « moy=54 », on écrit « moy = » dans la cellule A6, on écrit la valeur suggérée « 54 » dans la cellule B6 et on valide. Il faut ensuite attribuer un nom à la cellule dans laquelle on écrit la valeur du paramètre « Insérer <Nom> Définir un nom ». On indique de préférence un nom simple pour l'utiliser par la suite dans une formule. Par exemple, « moy » pour la moyenne et « ET » pour l'écart-type. On colorie en vert la cellule contenant la valeur du paramètre; dans cet exemple, la cellule B6. Les cellules colorées en vert sont celles dans lesquelles on peut changer la valeur lorsqu'on souhaite réutiliser la feuille dans d'autres situations.

Remarque

La valeur obtenue en E9 n'est pas la même que celle donnée par la table de la loi normale car le logiciel a calculé $\Pr(X \leq 0,66666\dots)$ alors que la table de la loi normale donne la probabilité $\Pr(X \leq 0,67)$. Si vous faites calculer par le logiciel $\Pr(X \leq 0,67)$, arrondie à quatre décimales vous obtenez la même valeur que dans la table.

Remarque

On peut calculer l'espérance et la variance à l'aide du tableau ou en appliquant le théorème. On obtient les mêmes résultats. Cependant, les calculs sont beaucoup plus simples en utilisant le théorème.

Remarque

Pour faire calculer la valeur de x dont la probabilité est connue, il faut utiliser le fait que $\Pr(X > x) = 1 - \Pr(X \leq x)$.

13. Dans les premières colonnes de la ligne 16, insérer une zone de texte indiquant
« Probabilité dans un intervalle ».
10. En A17, écrire « V2X= ». En A18, écrire la valeur 48, donner le nom V2X à cette cellule et colorer celle-ci en vert.
11. En B17, écrire « V2Z= ». En B18, faire calculer « =(V2X-moy)/ET » et donner le nom V2Z à cette cellule.
12. En C17, écrire « V3X= ». En C18, écrire la valeur 58, donner le nom V3X à cette cellule et colorer celle-ci en vert.
13. En D17, écrire « V3Z= ». En D18, faire calculer « =(V3X-moy)/ET » et donner le nom V3Z à cette cellule.
13. En F17, écrire « Probabilité ». En F18, faire calculer « Pr(V3Z)-Pr(V2Z) ».

EXERCICES

- Ouvrir le fichier Excel intitulé « LoiNormale00 », enregistrer sous « LoiNormale01_XX », où XX représentent vos initiales si vous devez remettre ce travail. Utiliser la feuille pour calculer :
 - La cote z de la valeur 27,8 dans une distribution dont la moyenne est 35,2 et l'écart-type est 6,5.
 - La probabilité que la variable aléatoire X prenne une valeur plus petite ou égale à 27,8.
 - La valeur de x telle que $\Pr(X \leq x) = 0,6234$ dans cette distribution.
 - La probabilité que la variable X prenne une valeur dans l'intervalle]25,2; 38,4].
- Faire une copie de la feuille sous le nom « LoiNormale02_XX » et la modifier pour faire calculer :
 - La cote z de la valeur 13,6 dans une distribution dont la moyenne est 9,4 et l'écart-type est 2,1.
 - La probabilité que la variable aléatoire X prenne une valeur plus petite ou égale à 13,6.
 - La valeur de x telle que $\Pr(X \leq x) = 0,6234$ dans cette distribution.
 - La probabilité que la variable X prenne une valeur dans l'intervalle]10,1; 13,4].
- Faire une copie de la feuille sous le nom « LoiNormale02_XX » et la modifier pour faire calculer :
 - La cote z de la valeur 12,6 dans une distribution dont la moyenne est 14,8 et l'écart-type est 3,2.
 - La probabilité que la variable aléatoire X prenne une valeur plus petite ou égale à 12,6.
 - La valeur de x telle que $\Pr(X > x) = 0,1534$ dans cette distribution.
 - La probabilité que la variable X prenne une valeur dans l'intervalle]15,4; 18,3].

Réponses :

 - a) -1,14, b) 0,127 463 91, c) 37,24, d) 0,626 781 18
 - a) 2,00, b) 0,977 249 87, c) 8,36, d) 0,341 035 83
 - a) -0,69, b) 0,245 883 85, c) $\Pr(X > x) = 1 - \Pr(X \leq x) = 0,8466$ et $x = 18,07$, d) 0,288 601 99