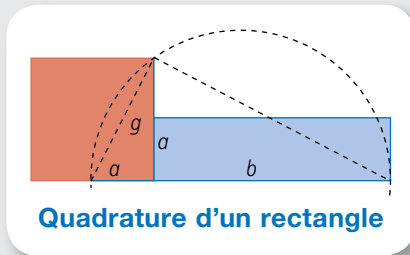
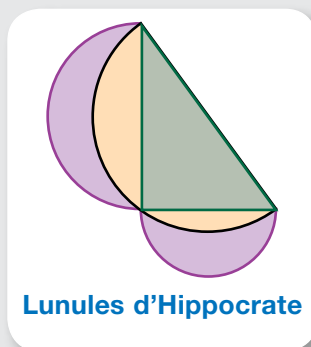


L'intérêt des géomètres grecs pour les aires est déjà manifeste chez les Pythagoriciens qui cherchaient à établir les relations entre les figures en ayant recours aux rapports et proportions. Un des sujets de recherche était la **quadrature des figures**, démarche qui consistait, en utilisant seulement une règle non graduée et un compas, à construire un carré ayant même aire qu'une figure donnée (([NH](#) Quadratures, [NH](#) Constructions, [NH](#) Pythagore07). Les géomètres ne cherchaient pas à calculer l'aire au sens où nous l'entendons aujourd'hui. Le résultat cherché n'était pas une valeur numérique, mais un carré ayant la même aire.



La démarche est assez simple dans le cas d'un rectangle, il suffit de construire la moyenne proportionnelle entre les deux côtés. Puisque l'aire d'un triangle est le double de celle d'un rectangle de même base et de même hauteur et que tout polygone peut se décomposer en triangles, les géomètres ont obtenu assez rapidement des résultats pour les figures délimitées par des lignes droites.

Le premier géomètre ayant réalisé la quadrature de figures délimitées par des lignes courbes est Hippocrate de Chios ([NH](#) Hippocrate). Les figures dont il a réalisé la quadrature sont appelées les **lunules d'Hippocrate**. Il a obtenu ce résultat en cherchant à réaliser la quadrature du cercle. Les travaux d'Hippocrate s'inscrivent dans le contexte de l'époque, la solution des problèmes géométriques, et en particulier ceux de quadrature devaient être obtenus en n'utilisant que la règle non graduée et le compas.



[▶](#) Hippocrate

[▶](#) Pythagore09

Le plus connu des problèmes de quadrature est celui de la quadrature du cercle. Ce problème consiste, en n'utili-

sant que la règle non graduée et le compas, à construire un carré dont l'aire est égale à celle d'un cercle donné. La règle non graduée sert exclusivement à tracer une droite passant par deux points et le compas sert à reporter des longueurs et à tracer des arcs de cercle. Le problème aurait été posé vers ~430 par Anaxagore lors de sa détention à Athènes pour *impiété*¹.

Dès le V^e siècle avant notre ère, plusieurs mathématiciens ont cherché sans succès à résoudre ce problème, dont Hippocrate de Chios, Antiphon ([NH](#) Eudoxe01), Bryson d'Héraclée et Hippias d'Élis et la quête s'est poursuivie jusqu'à ce que Pierre-Laurent Wantzel, en 1837, démontre un théorème qui permet de déterminer la forme des équations dont la solution comporte des nombres constructibles à la règle et au compas. Les nombres constructibles sont les rationnels et les racines de certains polynômes de degré $2n$ à coefficients entiers, donc des nombres algébriques. Il restait à démontrer que π n'est pas un nombre algébrique, qu'il est transcendant. C'est en 1882 que Ferdinand von Lindemann a réussi à démontrer la transcendance de π . Par conséquent, on ne peut construire à la règle et au compas un segment de longueur π et la quadrature du cercle est impossible. Ce problème impossible a donné naissance à une expression : « Chercher la quadrature du cercle » qui signifie « Tenter de résoudre un problème insoluble ».

La quadrature du cercle fait partie des trois grands problèmes de l'Antiquité. Les autres sont la trisection de l'angle et la duplication du cube. La trisection de l'angle est le problème consistant à diviser un angle en trois angles égaux. La trisection est assez simple dans le cas d'un angle droit, mais celle d'un angle quelconque est impossible.

La duplication du cube consiste à construire un cube dont le volume est le double de celui d'un cube donné. Selon la légende, les habitants de l'île de Délos où sévissait une épidémie de peste ont demandé à l'oracle de Delphes comment faire cesser cette épidémie. La réponse de l'oracle fut qu'il fallait doubler l'autel consacré à Apollon, autel dont la forme était un cube parfait. Comment procéder pour doubler exactement le volume d'un autel cubique ? Pour trouver réponse à cette question, les architectes ont consulté Platon qui leur répondit que le dieu ne souhaitait pas avoir un autel double, mais qu'il leur faisait reproche, de négliger la géométrie. Le problème devait donc être résolu en n'utilisant que la règle non graduée et le compas conformément aux exigences de la géométrie, ce qui s'est également révélé impossible.

1. Dans les religions païennes, l'impiété est un manque de considération pour les obligations dues au culte c'est-à-dire à l'ensemble des pratiques liées à une croyance. Dans les civilisations anciennes, on croyait que le non respect de ces obligations pouvait entraîner la colère des dieux envers la cité. Le respect des obligations du culte, était un devoir civique plus que religieux.