



Vito Volterra
1860-1940

Vito Volterra est surtout connu pour ses travaux sur les équations intégré-différentielles, la dislocation des cristaux et la dynamique des populations. Il fut un opposant résolu au fascisme, n'hésitant pas à renoncer aux honneurs académiques par conviction politique.

Vito Volterra

Le mathématicien et physicien italien Vito Volterra est né le 3 mai 1860 à Ancone, capitale d'une région d'Italie centrale située sur la côte Adriatique et appelée les Marches. Orphelin de père à deux ans, sa mère plongée dans la pauvreté trouve d'abord refuge chez un oncle. Ils vivent quelque temps à Turin, puis s'installent à Florence.

Vito commence l'étude des mathématiques à l'âge de 11 ans et se plonge dans les *Éléments de géométrie* d'Adrien-Marie Legendre (1752-1833) et le *Traité d'arithmétique* de Joseph Bertrand (1822-1900).

À 13 ans, il lit *De la Terre à la Lune* de Jules Verne (1828-1905). Inspiré par cette

lecture, il cherche à calculer la trajectoire d'un projectile balistique de la Terre vers la Lune en considérant les champs gravitationnels de la Terre et de la Lune. Pour ses calculs, il développe une approche visant à considérer une multitude de très courts intervalles de temps à l'intérieur desquels il peut considérer plusieurs paramètres comme des constantes. Il s'agit là des premiers balbutiements du développement et de la résolution d'équations intégré-différentielles.

Espérant le détourner des ma-

thématiques et le voir entreprendre une carrière dans le commerce, sa famille le met en contact avec un cousin, Edoardo Almagia qui est ingénieur civil et docteur en mathématiques. Contrairement aux attentes familiales, ce cousin constate le jeune Vito est très doué pour les mathématiques et l'encourage dans cette voie. Il convainc la famille de laisser Vito suivre sa voie. Il intervient en sa faveur auprès d'Antonio Roiti (1843-1921)¹ qui offre à Vito un travail d'assistant au laboratoire de physique de l'université de Florence, même si celui-ci n'est pas encore étudiant à l'université et qu'il poursuit ses études préparatoires.

En 1878, il entre à l'université de Pise et, en 1882, obtient un doctorat en physique sous la direction d'Enrico Betti (1823-1892)² avec une thèse porte sur l'hydrodynamique

En 1883, il est nommé professeur en mécanique rationnelle à l'université de Pise. Dès cette époque, il s'intéresse aux équations fonctionnelles (voir encadré), c'est-à-dire les équations dont les inconnues

1. Membre de l'*Accademia dei Lincei* et du Conseil national de l'instruction publique.

2. Né en Toscane, Enrico Betti est titulaire de la chaire d'analyse et géométrie de Pise en 1859 et de la chaire de physique mathématique en 1864. Il est connu pour ses contributions à l'algèbre et à la topologie, ainsi qu'aux théories de l'élasticité et du potentiel.



sont des fonctions, et notamment aux opérateurs intégral-différentiels, ce qui en fait un des fondateurs de l'analyse fonctionnelle³.

À la mort de Betti en 1883, il devient professeur de physique mathématique à Pise et occupe ensuite la chaire de mécanique à Turin, avant d'être nommé à la chaire de physique mathématique à Rome en 1900. Il y réalise des travaux sur dislocation des cristaux⁵.

Vers les années 1925, le biologiste et naturaliste italien Umberto d'Ancona (1896-1964), son futur gendre, lui propose un problème d'application des mathématiques à la biologie. Le problème consiste à modéliser mathématiquement cette dynamique des populations piscicoles en Adriatique. Les statistiques de la pêche montraient une augmentation de la population des prédateurs (requins, raies, etc) au cours de la première guerre mondiale alors que les activités des pêcheurs avaient diminuées. On croyait que cette diminution d'activités aurait plutôt dû avoir comme effet une augmentation des stocks de sardines.

Activités politiques

Parallèlement à sa carrière scientifique, Volterra mène une carrière politique. C'est un ardent patriote qui milite pour l'unification de l'Italie. Il est nommé sénateur du royaume d'Italie en 1905. Durant la première guerre mondiale, il rejoint les forces aériennes italiennes dans le corps des ingénieurs, et travaille à l'amélioration technologique de la guerre aérienne.

3. L'analyse fonctionnelle est la branche de l'analyse mathématique qui étudie les espaces de fonctions. Elle prend ses racines historiques dans l'étude des transformations telles que la transformation de Fourier et dans l'étude des équations différentielles ou intégral-différentielles.

4. En science des matériaux, une dislocation est un défaut linéaire correspondant à une discontinuité dans l'organisation de la structure cristalline. Le concept de dislocation dans un milieu « continu » est bien connu depuis les travaux de Volterra.

En 1922, Volterra s'oppose au régime fasciste de Benito Mussolini. Il est l'un des signataires de la « Déclaration intellectuelle ». En 1931, il refuse de signer le serment d'allégeance et doit alors démissionner de son poste universitaire, et part à l'étranger. Il se voit retirer tous ses privilèges et reconnaissances dans les universités italiennes (1931) et à l'Accademia dei Lincei. Il revient à Rome juste avant sa mort en 1940.

Reconnaissance internationale

Vito Volterra a été honoré par plusieurs organismes scientifiques, en 1910, il devient membre étranger de la Royal Society de Londres, en 1913, de la Royal Society of Edinburgh en 1913. De 1923 à 1927, il est président du Conseil national de la recherche italien et membre de plusieurs académies et sociétés mathématiques à travers le monde. L'Italie lui a remis la Croix de guerre, la France l'a fait Officier de la Légion d'honneur, la Belgique lui a remis l'Ordre de Léopold et la Suède l'Étoile polaire.

Équation fonctionnelle

Une équation fonctionnelle est une identité satisfaite par une fonction ou des fonctions déterminées. Par exemple, l'identité

$$f(x)f(y) = f(xy) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

est satisfaite pour la fonction

$$f(x) = x^2$$

car, par les propriétés des puissances, nous avons pour tout paire de nombres x et y ,

$$f(x)f(y) = x^2y^2 = (xy)^2 = f(xy).$$

La fonction $f(x) = e^x$ est une solution de l'équation fonctionnelle

$$f(x)f(y) = f(x+y) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

Une fonction est la solution d'une équation fonctionnelle, si elle satisfait l'égalité indépendamment des valeurs assignées aux variables x et y .

Ensemble de Smith-Volterra-Cantor

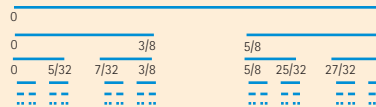
La construction de cet ensemble est analogue à celle de l'ensemble de Cantor. On retire de l'intervalle $[0; 1]$ l'intervalle ouvert qui en constitue le quart central. Les frontières de ce quart central sont $1/2 - 1/8 = 3/8$ et $1/2 + 1/8 = 5/8$. L'ensemble résultant est alors :



On retire à nouveau le quart central ouvert des intervalles restants,



L'ensemble de Smith-Volterra-Cantor est l'ensemble des points qui restent en répétant ce processus à l'infini.



Le nombre de points retirés est alors :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots = \frac{1/4}{1-1/2} = \frac{1}{2}$$

Dans l'ensemble initial de Cantor (Cantor01), le nombre de points retirés est :

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{27} + \frac{1}{32} + \dots = \frac{1/3}{1-2/3} = 1$$