CHAPITRE 2

TAUX et PROPORTIONNALITÉ

Résoudre des problèmes nécessitant le calcul de rapports, pourcentages ou taux.

Les composantes particulières de l'élément de compétence visées par le présent chapitre sont:

- l'utilisation des rapports et proportions pour résoudre des problèmes divers;
- la résolution de problèmes nécessitant le calcul d'un taux;
- l'utilisation des modèles de proportionnalité directe ou inverse dans la modélisation de phénomènes et la résolution de problèmes.

OBJECTIFS

2.1 Utiliser les propriétés des rapports et proportions dans la description et l'analyse de situations concrètes.

2.2 Résoudre des problèmes de rapports et de proportionnalité directe ou inverse.

2.3 Résoudre des problèmes comportant des variations directement ou inversement proportionnelles.

2.1 Grandeurs et rapports

Les rapports et proportions sont des notions à l'aide desquelles on peut modéliser localement certaines relations entre variables.

Rapport et proportion

Proportion01

Rapport et proportion

Le quotient de deux quantités a/b est appelé le **rapport** de a sur b.

La fraction inverse, b/a, du rapport a/b est appelée **rapport inverse**.

Une **proportion** est une égalité de deux rapports.

Un rapport est une expression fractionnaire dont la valeur peut être exprimée en décimale, en pourcentage ou de diverses autres façons.

REMARQUE
Les rapports sont souvent utilisés pour établir une base de comparaison de différents processus ou différents rendements. Ainsi, pour comparer la consommation d'essence de différents modèles de voiture, on calcule la consommation d'essence par 100 km. Pour établir une comparaison entre le salaire d'une personne qui travaille 32 heures par semaine et celui d'une personne qui travaille 40 heures par semaine, il ne faut pas comparer le salaire versé mais le salaire horaire qui est le rapport du salaire hebdomadaire sur le nombre d'heures travaillées.

L'expression $\dfrac{a}{b} = \dfrac{b}{d}$ est une proportion.

Elle est composée de quatre termes, les termes a et d sont appelés les **extrêmes** et les termes b et c, les **moyens**.

PROPRIÉTÉ

Produit des extrêmes et produit des moyens

Dans toute proportion, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens. Pour tout a, b, c et d non nuls,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si et seulement si } ad = bc.$$

On peut facilement se convaincre de cette propriété en multipliant les deux membres du rapport par bd et en simplifiant l'expression obtenue.

Dans une proportion pour laquelle $b = c$, le terme b est appelé **moyen proportionnel** entre a et d. En effectuant le produit des extrêmes et le produit des moyens de cette proportion, on obtient $b^2 = ad$ qui est une façon équivalente de définir le moyen proportionnel.

EXEMPLE 2.1.1

La compagnie qui vous emploie a quatre automobiles, A_1, A_2, A_3, et A_4, pour ses représentants sur la route. Il faut remplacer une de ces automobiles et on vous demande de vérifier, parmi les modèles que possède la compagnie, celui qui consomme le moins d'essence. Vous avez dans un dossier le kilométrage et le nombre de litres d'essence consommée par chacune de ces autos au cours de la dernière année.

a) Calculer, pour chacune de ces autos, la consommation par 100 km.

b) Laquelle de ces voitures consomme le moins d'essence ?

c) Comparer la consommation de chacune des voitures à celle de la plus économique.

Auto	Essence (L)	Distance (km)
A_1	1 517	18 500
A_2	2 366	26 000
A_3	2 340	32 500
A_4	1 323	12 600

Solution

a) Pour comparer la consommation d'essence des automobiles, on détermine le nombre de litres d'essence consommée pour 100 kilomètres. On doit donc faire le rapport de la quantité d'essence consommée au kilométrage, ce qui donnera la consommation pour un kilomètre, et en multipliant par 100, on obtiendra la consommation pour 100 kilomètres. Pour la première auto, on a donc

$$\frac{1\,517}{18\,500} = 0{,}082 \text{ L/km}.$$

En multipliant par 100, cela donne 8,2 L/100 km. En effectuant ces calculs pour chacune des autos, on a une base de comparaison commune. Les résultats sont compilés dans le tableau suivant:

Auto	Essence (L)	Distance (km)	Consommation (L/100 km)
A_1	1 517	18 500	8,2
A_2	2 366	26 000	9,1
A_3	2 340	32 500	7,2
A_4	1 323	12 600	10,5

b) La voiture la moins énergivore est celle désignée par A_3.

c) On peut comparer la consommation de chacune des autos à la consommation de la plus économique. Ainsi, le rapport de la consommation du modèle A_4 au modèle A_4 donne

$$\frac{10{,}5 \text{ L/100 km}}{7{,}2 \text{ L/100 km}} = 1{,}46.$$

Ce rapport indique que la consommation de cette voiture est 1,46 fois plus élevée que celle du modèle A_3. En calculant ce rapport pour chacune des autos, on a

Auto	Essence (L)	Distance (km)	Consommation (L/100 km)	Rapport
A_1	1 517	18 500	8,2	1,14
A_2	2 366	26 000	9,1	1,26
A_3	2 340	32 500	7,2	1,00
A_4	1 323	12 600	10,5	1,46

REMARQUE

Le rapport des consommations n'a pas d'unité de mesure c'est un nombre pur, mais il a quand même une signification.

La colonne « Rapport » nous permet de comparer la consommation de chacune des voitures en prenant la consommation du modèle A_3 comme valeur unitaire.

Il est à noter qu'on ne prend pas obligatoirement la plus petite valeur comme unité, tout dépend de l'information que l'on veut mettre en évidence.

PROCÉDURE

Règle de trois

L'appellation **règle de trois** désigne la procédure de résolution de problèmes pour trouver le terme inconnu d'une proportion dont trois éléments sont donnés.

Proportion03

L'étape délicate de la procédure est l'établissement de la proportion car, une fois celle-ci établie, les opérations algébriques à effectuer sont élémentaires. Ainsi, si on a établi, à partir d'une mise en situation, que la proportion était

$$\frac{x}{12}=\frac{15}{36},$$

il suffit de multiplier les deux membres de l'équation par 12 et de simplifier l'expression, pour déterminer la valeur de x

$$12\times\frac{x}{12}=12\times\frac{15}{36}=5.$$

Cet exemple illustre à quel point il est facile de résoudre ce type de problèmes lorsque la proportion est établie. De façon plus générale, lorsqu'un terme d'une proportion est inconnu, on peut le trouver en se servant des propriétés de l'égalité. Ainsi, dans la proportion

$$\frac{3x}{7}=\frac{8}{5},$$

en multipliant les deux membres de l'égalité par 7, on a

$$3x=\frac{56}{5},$$

et en divisant par 3 les deux membres de l'équation pour isoler x,

$$x=\frac{56}{15}.$$

Lorsqu'on veut seulement trouver le terme manquant d'une proportion, on peut laisser le résultat sous forme fractionnaire. Cependant, dans les applications, on aura souvent à exprimer le résultat sous forme décimale.

Proportion02

PROCÉDURE

Application de la règle de trois

1. Identifier l'inconnue du problème.
2. S'assurer que les données forment une proportion.
3. Établir les rapports de cette proportion et résoudre.
4. Interpréter correctement le résultat dans le contexte du problème en tenant compte des unités.

EXEMPLE 2.1.2

Vous voulez acheter une boîte de vos céréales favorites et deux formats sont offerts: en boîtes de 375 g ou de 650 g. Le prix de la boîte de 650 g n'est pas indiqué mais le prix de celle de 375 g est de 2,50 $. Quel devrait normalement être le prix du format de 650 g ?

Solution

L'inconnue du problème est le prix de la boîte de 650 g. Normalement, le prix devrait être proportionnel à la quantité de céréales dans la boîte. Le coût du format de 375 g permet d'établir le premier rapport qui est

$$\frac{2{,}50}{375}\ \$/\mathrm{g}.$$

Le rapport de même nature impliquant le terme inconnu est alors

$$\frac{x}{650}\ \$/\mathrm{g}.$$

La proportion est donc

$$\frac{x}{650}=\frac{2{,}50}{375}\ \$/\mathrm{g}.$$

En isolant x dans cette proportion, on trouve alors

$$x = 4{,}33\,\$.$$

Le prix du format de 650 g devrait être de 4,33 $. Cependant, dans les supermarchés, les gros formats présentent souvent une économie. Chaque gramme du produit revient moins cher lorsqu'il est présenté dans un plus grand format.

REMARQUE
En établissant le premier rapport, on procède comme pour établir une base de comparaison à l'aide des rapports. En effet, en exprimant ce rapport sous forme décimale, on obtient

0,00667 $/g

qui est un prix unitaire. Pour rendre la comparaison plus facile, on considère le prix du 100 g de céréales, ce qui donne

0,667 $/100g

ou le prix du kilogramme qui donne

6,67 $/kg.

EXEMPLE 2.1.3

Le directeur des ventes d'un magasin de musique estime que, dans son établissement, deux clients sur trois sont des adolescents. Sachant qu'au cours du dernier mois il y a eu 2 559 clients, combien d'adolescents ont été clients durant le mois si l'estimation du directeur des ventes est juste ?

■ *Solution*

Le rapport 2/3 est l'un des rapports de la proportion, l'autre rapport étant celui du nombre x de clients adolescents sur le nombre total de clients au cours du mois écoulé. On trouve donc

$$\frac{x}{2\,559}=\frac{2}{3}.$$

Pour résoudre, on multiplie les deux membres de l'équation par 2 559,

$$x=\frac{2\times 2\,559}{3}=1\,706.$$

Il y a donc eu 1 706 clients adolescents.

Pourcentage et taux

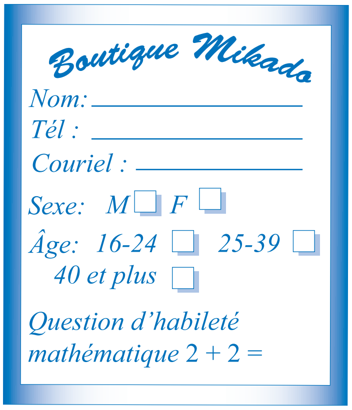
Pourcentage

Un **pourcentage** est un rapport dont le dénominateur est ramené sur 100.

Pour exprimer un rapport en pourcentage, il suffit donc d'exprimer le rapport sous forme décimale et de multiplier le résultat par 100. Ainsi, le rapport 2/3 est équivalent à 66,7/100 et à 66,7 %.

EXEMPLE 2.1.4

Le gérant d'une boutique de vêtements décide de procéder à une étude pour mieux connaître sa clientèle. Connaissant la réticence des clients à donner des renseignements personnels, il organise une promotion d'une durée d'un mois permettant de gagner un bon d'achat de 200 $. Pour participer au tirage, les clients doivent remplir la fiche suivante et la déposer dans une boîte.



Durant le mois de la promotion, la boutique a reçu 2 384 clients et lorsque la boîte a été ouverte, elle contenait 2 122 fiches. La compilation des réponses données sur les 2 122 fiches déposées dans la boîte a permis de déterminer que, parmi les clients ayant participé au tirage, il y avait 1 375 femmes et 747 hommes. De plus, 891 clients étaient âgés de 16 à 24 ans, 788, de 25 à 39 ans et 443 avaient 40 ans et plus.

a) Calculer le pourcentage de clients qui ont participé au tirage.
b) Quel pourcentage de la clientèle ayant participé au tirage était de sexe féminin ?
c) Quel pourcentage de la clientèle ayant participé au tirage était âgée de moins de 40 ans ?

Solution

a) Le rapport du nombre de fiches recueillies sur le nombre total de clients est

$$\frac{2\,122}{2\,384}=0{,}89.$$

En multipliant ce résultat par 100, on obtient 0,89 × 100 = 89 %. Il y a donc 89 % des clients du mois qui ont participé au tirage.

b) Le rapport du nombre de clientes sur le nombre total de clients ayant répondu au sondage donne

$$\frac{1\,375}{2\,122}=0{,}65.$$

On peut donc dire que 65 % de la clientèle ayant participé au tirage était de sexe féminin.

c) On peut dire que 79 % de la clientèle ayant participé au tirage était âgée de moins de 40 ans.

REMARQUE

Les taux sont présents dans tous les domaines de la gestion: taux d'intérêt, taux d'escompte, taux de change, taux de croissance, taux de dépréciation, taux horaire, etc. Une bonne compréhension de la façon dont se calcule un taux est indispensable pour bien saisir l'information véhiculée par ce langage. Le taux est avant tout un rapport de deux quantités qui peuvent être de même nature ou de nature différente.

Taux

Un **taux** est le rapport de deux quantités qui peuvent être de même nature ou de nature différente.

Le taux peut être exprimé en pourcentage (%), en particulier lorsque les quantités sont de même nature. Cependant, on les exprime parfois en utilisant 1 000 (‰) ou 10 000, ou même 100 000 comme dénominateur pour, notamment, les taux de décès ou de mortalité. Lorsque les quantités sont de nature différente, le dénominateur est souvent ramené à l'unité. C'est le cas d'un taux horaire, par exemple.

EXEMPLE 2.1.5

Vous avez fait effectuer des réparations sur votre automobile. Le garagiste vous a demandé 90 $ pour deux heures et quart de travail. Calculer son taux horaire.

Solution

Le travail a duré deux heures et quart ou 2,25 heures et le coût du travail est de 90 $. Le taux horaire est donc

$$\frac{90\ \$}{2{,}25\ \text{h}} = 40\ \$/\text{h}.$$

Lorsque le rapport est donné sous forme de taux unitaire, on peut utiliser directement ce taux pour calculer le terme inconnu de la proportion. Si le taux est en pourcentage, on doit en tenir compte dans les calculs.

EXEMPLE 2.1.6

Vous avez confié votre chaîne stéréo à un atelier de réparation et le taux horaire du technicien est de 35 $. On vous informe que la réparation nécessitera deux heures et demie de travail. Quel sera le coût de la main-d'œuvre pour cette réparation ?

Solution

Le taux étant unitaire, on peut donc trouver le coût de la main-d'œuvre en effectuant le produit du taux horaire par la durée de la réparation, ce qui donne

$$C = 35\ \$/\text{h} \times 2{,}5\ \text{h} = 87{,}50\ \$.$$

EXEMPLE 2.1.7

Une compagnie a investi un montant de 25 000 $ pour un an à un taux d'intérêt annuel de 6,25 %. Calculer le montant reçu en intérêts à la fin de l'année.

Solution

Le taux étant exprimé en pourcentage, le montant reçu en intérêts est donc

$$I = \frac{6{,}25}{100} \times 25\ 000\ \$ = 1\ 562{,}50\ \$.$$

REMARQUE

Lorsque le taux est exprimé en pourcentage, on peut le ramener à un taux unitaire et effectuer le produit. Ainsi, le taux de 6,25 % peut s'écrire comme taux unitaire, soit 0,0625. Pour trouver le montant reçu en intérêts, on fait le produit du taux unitaire par le montant placé, ce qui donne

$$I = 0{,}0625 \times 25\ 000\ \$ = 1\ 562{,}50\ \$.$$

Taux d'escompte

Le **taux d'escompte** est le pourcentage de rabais consenti sur un article.

EXEMPLE 2.1.8

Votre magasin favori fait un solde « Retour à l'école » et affiche un rabais de 30 % sur le prix indiqué de toute la marchandise. Le prix pour un manteau est de 124,99 $.

a) Calculer le montant du rabais pour ce manteau.

b) Combien paierez-vous ce manteau durant cette vente au rabais ?

Solution

a) Le rabais est de 30 % du prix indiqué. On aura donc en arrondissant

$$E = 0{,}30 \times 124{,}99\ \$ = 37{,}50\ \$,$$

b) Le coût du manteau est de 124,99 $ – 37,50 $ = 87,49 $.

On pourrait également procéder de la façon suivante. L'escompte étant de 30 %, le prix du manteau sera de 70 % du prix indiqué, ce qui donne

$$C = 0{,}70 \times 124{,}99\ \$ = 87{,}49\ \$$$

Taux de change

Le **taux de change** d'une monnaie est le rapport de la valeur de cette monnaie sur une monnaie de référence.

EXEMPLE 2.1.9

Vous disposez de 1 500 $ CA pour un voyage aux États-Unis. Vous décidez de changer cet argent en dollars américains alors que le taux de change est de 64,86 ¢ US pour un dollar canadien.

a) Combien recevrez-vous en argent américain ?

b) Au retour de votre voyage, il vous reste 352 $ US et le taux est inchangé. Combien recevrez-vous en dollars canadiens en échange de vos dollars américains ?

Solution

a) Le taux étant de 0,6486 $ US pour un dollar CA, on a donc

$$M = \frac{0{,}6486\ \$\ \text{US}}{1\ \$\ \text{CA}} \times 1\ 500\ \$\ \text{CA} = 972{,}90\ \$\ \text{US}.$$

b) Le taux de change des dollars américains en dollars canadiens est le rapport inverse du taux de change des dollars canadiens en dollars américains, ce qui donne

$$T = \frac{1\ \$\ \text{CA}}{0{,}6486\ \$\ \text{US}} = 1{,}5418\ \$\ \text{CA}/\$\ \text{US}.$$

Vous recevrez donc 1,5418 $ CA pour chaque dollar américain que vous possédez, soit

$$1{,}5418\ \$\ \text{CA}/\$\ \text{US} \times 352\ \$\ \text{US} = 542{,}71\ \$\ \text{CA}.$$

Taux de croissance et taux de dépréciation

Un **taux de croissance** est le rapport de l'augmentation de valeur par unité de temps sur la valeur initiale. Un **taux de dépréciation** est le rapport de la perte de valeur par unité de temps sur la valeur initiale.

Le taux de croissance est calculé en faisant le rapport suivant :

$$\text{Taux de croissance} = \frac{\text{valeur finale–valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}.$$

On remarquera qu'un taux d'intérêt est un taux de croissance du capital.

Le taux de dépréciation est calculé en faisant le rapport suivant :

$$\text{Taux de dépréciation} = \frac{\text{valeur initiale–valeur finale}}{\text{valeur initiale}}.$$

Les taux de croissance et de dépréciation sont normalement exprimés en pourcentage. En pratique, on calcule le rapport et on l'exprime en pourcentage.

EXEMPLE 2.1.10

Vous avez acheté un ordinateur l'an dernier. Celui-ci vous a coûté 2 299 $. Vous souhaitez le changer pour un ordinateur plus performant, mais vous devez d'abord vendre celui que vous possédez déjà. En consultant les petites annonces de votre quotidien, vous constatez que les ordinateurs du même modèle se revendent présentement 1 050 $. Calculer le taux de dépréciation de cet appareil.

Solution

Pour obtenir le taux de dépréciation, on doit calculer le rapport suivant :

$$\text{Taux de dépréciation} = \frac{\text{valeur initiale–valeur finale}}{\text{valeur initiale}}.$$

Ce qui donne

$$\text{Taux de dépréciation} = \frac{2\ 299\ \$ - 1\ 050\ \$}{2\ 299\ \$} = 0{,}543.$$

Le taux de dépréciation est donc de 54,3 %.

Certains taux sont trop petits et on utilise 1 000 comme dénominateur plutôt que 100. Le symbole représentant ce type de taux est ‰. Ainsi, un taux de natalité annuel de 9,8 ‰, qui se lit 9,8 pour 1 000, signifie qu'il y a eu 9,8 naissances par 1 000 habitants. On peut calculer le nombre de naissances en connaissant la population totale: il suffit de multiplier cette population par le taux. On remarque que le taux de natalité est un taux de croissance.

2.2 EXERCICES

1. Trouver le terme manquant dans les proportions suivantes :

a) $\frac{x}{12} = \frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{x} = \frac{9}{7}$

c) $\frac{7}{3x} = \frac{21}{5}$ d) $\frac{3}{7} = \frac{2x}{5}$

2. Vous travaillez dans une boutique de vêtements qui vous donne une commission de 0,8 % sur les ventes mensuelles que vous effectuez. Durant le dernier mois, vous avez fait des ventes pour un montant de 1 850 $. Calculer le montant que vous devriez recevoir en commission.

3. L'an dernier, la compagnie qui vous emploie a acheté une voiture neuve pour son représentant des ventes. Cette automobile a été payée 16 500 $. À l'usage, cette voiture s'est révélée trop petite pour transporter les échantillons de tous les produits que fabrique la compagnie. On vous a demandé de déterminer le prix de revente de la voiture et son taux de dépréciation. Le concessionnaire vous informe que la valeur de cette auto est maintenant de 12 000 $. Calculer son taux de dépréciation.

4. Vous entrez dans un magasin qui offre un rabais de 25 % du prix indiqué et vous jetez votre dévolu sur une chemise dont le prix est de 45,99 $. Combien coûtera la chemise ?

5. Vous travaillez pour une compagnie fabriquant des petits gâteaux et le directeur de la mise en marché vous informe que le Conseil d'administration a décidé de faire une promotion « 33 % de plus ». Les boîtes contiennent normalement six gâteaux individuels. Combien de gâteaux contiendra la boîte durant cette promotion ?

6. Un étudiant reçoit les résultats de ses travaux de mi-session.

Matière	Test 1	Test 2	Total
Français	24/35	/65	/100
Maths	28/30	/70	/100
Physique	33/42	/58	/100
Chimie	48/65	/35	/100

a) Exprimer ces résultats en pourcentage.

b) Dans laquelle de ces matières est-il le plus fort ?

c) Quel pourcentage minimal doit-il obtenir pour les travaux de la seconde partie de la session s'il veut conserver 85 % de moyenne dans chacune de ces matières ?

7. Vous travaillez dans une boutique et vous recevez, en plus de votre salaire, 1,2 % du montant de vos ventes mensuelles. Au cours du dernier mois, vos ventes se chiffrent à 1 600 $. Quel est le montant de la commission qui vous est due ?

8. Dans la municipalité où vous résidez, le taux de taxation est de 1,67 $ des 100 $ d'évaluation. Quel sera le montant des taxes que vous devrez acquitter si votre propriété est évaluée à 92 500 $?

9. Selon Statistique Canada, il y a eu, en 1986, 5 082 naissances dans la Communauté urbaine de Québec (CUQ) pour une population de 464 865 habitants. Calculer le taux de natalité pour 1 000 h de la CUQ pour 1986.

10. La compagnie qui vous emploie a eu un taux de croissance annuel de 12,5 % de son chiffre d'affaires au cours de la dernière année. Sachant que son chiffre d'affaires de l'année précédente était de 350 000 $, calculer le chiffre d'affaires actuel.

11. Vous avez fait un voyage d'affaires aux États-Unis et vous y avez dépensé 2 250 $ US.

a) Quel est le montant dépensé en dollars canadiens sachant que le dollar canadien vaut 64,86 ¢ US ?

b) Quel aurait été le montant dépensé en dollars canadiens si le dollar canadien valait 82,56 ¢ US ?

c) Quel aurait été le montant dépensé en dollars canadiens si le dollar canadien valait 56,22 ¢ US ?

12. Un technicien d'appareils électroniques vous a demandé 73,50 $ pour une heure et trois quarts de travail.

a) Combien gagne ce technicien pour une semaine de 40 heures ?

b) Quel montant demandera-t-il pour une réparation dont la durée est de trois quarts d'heure ?

c) Un collègue de travail a fait effectuer une réparation par ce même technicien et le technicien a demandé 94,50 $. Quelle a été la durée de cette réparation ?

13. Vous avez reçu 28,50 $ de commission pour vos ventes au cours du dernier mois.

a) Sachant que la boutique vous donne 1,1 % de commission, quel a été le montant de vos ventes durant le mois ?

b) Le syndicat demande que la commission soit majorée à 1,5 % des ventes. Si ce taux était en vigueur, quelle aurait été votre commission pour le dernier mois ?

c) Si la demande syndicale était acceptée, quelle serait votre commission pour des ventes de 600 $ par mois ?

14. Vous lancez une petite entreprise et vous décidez d'installer un bureau au sous-sol de votre résidence. Vous pouvez déduire de vos revenus d'entreprise une partie des taxes, des intérêts sur hypothèque et des frais de chauffage et d'électricité. La partie déductible est le pourcentage de la superficie de la résidence occupée par le bureau. Les dimensions de votre résidence sont de 8,4 m sur 10,6 m et votre bureau mesure 4,8 m sur 3,5 m.

a) Trouver le pourcentage de la superficie occupée par le bureau compte tenu que la résidence n'a que deux niveaux, le rez-de-chaussée et le sous-sol.

b) Calculer le montant des taxes municipales déductible si votre compte est de 2 150 $.

c) Calculer le montant des taxes scolaires déductible si votre compte est de 356 $.

d) Calculer le montant d'intérêt déductible si le relevé annuel de votre emprunt indique que vous avez versé 5 466 $ en intérêts sur votre hypothèque.

e) Votre résidence est chauffée à l'électricité et vous payez 208 $ par mois à la compagnie d'électricité. Calculer le montant déductible annuellement pour les frais d'électricité et de chauffage.

f) Quel est le montant total que vous pouvez déduire pour les frais de bureau ?

g) Votre entreprise a produit un revenu de 14 500 $. Quel pourcentage de ce revenu représentent vos frais de bureau ?

15. Vous occupez un poste au service administratif d'une entreprise et après un an votre salaire, qui était initialement de 23 800 $, est majoré à 26 500 $.

a) Quel est le taux d'augmentation de votre salaire pour cette première année ?

b) Si le taux d'augmentation était le même après la deuxième année, quel serait votre salaire de la troisième année ?

c) Un collègue de travail vous informe que le taux d'augmentation du salaire après deux ans en poste est de 4,8 %. Calculer alors votre salaire pour la troisième année.

16. Une compagnie a investi un montant de 55 000 $ pour un an à un taux d'intérêt annuel de 7,35 %.

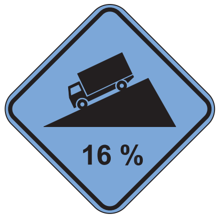
a) Calculer le montant reçu en intérêts à la fin de l'année.

b) Si la compagnie avait placé le montant à 10,5 %, quel aurait été le montant d'intérêts reçu ?

17. Vous avez acheté une voiture neuve qui vous a coûté 15 500 $. Sachant que le taux de dépréciation de ce modèle est de 12 % annuellement, calculer la valeur de votre voiture un an après l'achat.

18. Vous devez faire venir des pièces pour réparer un appareil. Ces pièces sont importées du Mexique et le prix est de 2 500 pesos. Le taux de change est de 0,1703 $ CA/1 peso. Calculer le prix de ces pièces en dollars canadiens.

19. Lors d'un voyage dans Charlevoix, vous apercevez le panneau routier ci-contre. Que signifie ce panneau en termes de distance ?



20. Un technicien d'appareils ménagers vous remet sa facture au montant de 122,95 $ avant taxes. Ce montant comprend le prix des pièces, qui est de 52,95 $.
    a) Quel pourcentage de la facture représente le temps de travail ?
    b) Si la réparation a duré deux heures et demie, calculer le taux horaire du technicien.

21. Votre compagnie achète de nouveaux ordinateurs au prix de 2 595 $ l'unité. Sachant que le taux de dépréciation est de 35 % par année, quelle sera la valeur de ces ordinateurs après un an ?

22. Vous faites un achat de 125 $. Quel montant devrez-vous payer après avoir ajouté la taxe sur les produits et services (TPS) qui est de 7 % et la taxe sur les ventes du Québec (TVQ) qui est de 7,5 % du montant augmenté de la TPS ?

23. Une boutique annonce une journée sans taxes. Vous décidez d'en profiter pour acheter le superbe manteau à 160 $ dont vous rêvez depuis toujours. Calculer le montant que vous avez économisé lors de cet achat, sachant que la TPS est de 7 % et que la TVQ est de 7,5 % calculée sur le montant de l'achat auquel on a ajouté la TPS.

24. Vous faites venir un livre des États-Unis dont le prix est de 45 $ US. Le taux de change au moment de l'achat est de 64,86 ¢ US/1 $ CA et vous devez payer la TPS de 7 % sur le prix en dollars canadiens.
    a) Combien vous coûtera cet achat ?
    b) Combien coûterait-il si le taux de change était de 78,52 ¢ US/1 $ CA

25. En entrant dans une boutique de vêtements qui offre un rabais de 30 %, on vous remet un coupon que vous devez faire gratter par la caissière et qui peut vous faire bénéficier d'un rabais supplémentaire. Vous achetez un vêtement dont le prix indiqué est de 68 $.
    a) Quel est le prix du vêtement avant taxes après avoir calculé le rabais de 30 % ?
    b) La caissière gratte votre coupon et celui-ci indique que vous gagnez un rabais supplémentaire de 15 %. Calculer le prix du vêtement avant taxes.
    c) Calculer le montant de la facture après avoir ajouté la TPS et la TVQ.

26. Vous allez souper au restaurant et l'addition s'élève à 31,50 $. Sachant qu'il est recommandé de laisser 15 % du montant de la facture pour le service, calculer le montant du pourboire.

27. Vous devez acheter une boîte de savon à lessive et trois marques sont offertes dans des formats différents. Vous devez déterminer lequel de ces savons est le plus économique. Une boîte de 375 g du premier savon coûte 3,59 $, une boîte de 400 g du deuxième coûte 4,29 $ et une boîte de 550 g du troisième coûte 5,20 $.
    a) Établir une base de comparaison du prix de ces différents produits.
    b) Selon cette base de comparaison, lequel est le plus économique ?
    c) Selon cette base de comparaison, lequel de ces produits est le plus cher ?

28. Vous faites une excursion en bicyclette sur une piste dont la longueur totale est de 45 km. Après 1h15 en piste, vous atteignez une halte qui est à 25 km du départ. Si votre excursion se poursuit au même rythme, dans combien de temps aurez-vous complété le parcours ?

29. À la quincaillerie, la caissière dit au client qui vous précède: « pour 1, c'est 1,25 $, pour 4, c'est 1,25 $ et pour 15, c'est 2,50 $ ». Le client demande alors: « quel sera le prix pour 218 ? » Qu'est-ce que ce client achète et quelle devrait être la réponse de la caissière ?

2.3 Variation et proportionnalité

Dans le domaine de la gestion, il existe plusieurs situations comportant des variables dont le lien est directement proportionnel ou inversement proportionnel.

Proportion03

Variation directement proportionnelle

EXEMPLE 2.3.1

Vous travaillez à la comptabilité d'une entreprise de réparation d'articles ménagers à domicile. À chaque sortie, les techniciens doivent faire un rapport sur la durée de la réparation. Cette durée est indiquée en arrondissant à la demi-heure près. Pour faciliter l'établissement de la facture, on vous demande de préparer un tableau donnant le coût du travail pour des sorties dont la durée varie normalement de une demi-heure à cinq heures. Le taux horaire des techniciens est de 34 $.

Solution

Si on calcule le coût du travail pour des réparations dont la durée varie de une demi-heure à cinq heures, on obtient le tableau ci-contre.

Durée (h)	Coût ($)
0,5	17
1,0	34
1,5	51
2,0	68
2,5	85
3,0	102
3,5	119
4,0	136
4,5	153
5,0	170

Dans cette situation, le coût dépend de la durée du travail. On dit que le coût est **fonction** du temps.

Fonction

On dit qu'une variable y est **fonction d'une variable** x lorsque la valeur que prend la variable y dépend de la valeur attribuée à la variable x, qu'on appelle **variable indépendante**. La variable y est appelée **variable dépendante.**

Le vocable fonction a été introduit par Gottfried Leibniz.

NH Leibniz01

La signification de ce vocable a cependant beaucoup évolué depuis.

NH Fonction01

On remarque également dans l'exemple précédent que le rapport du coût sur le temps de la réparation est constant: il est toujours de 34 $. On dit alors que le coût est **directement proportionnel** à la durée de la réparation. La variation directement proportionnelle est un cas particulier de fonction.

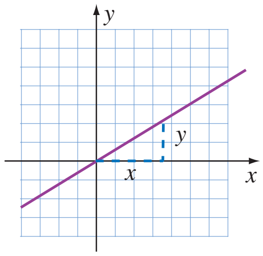
Variation directement proportionnelle

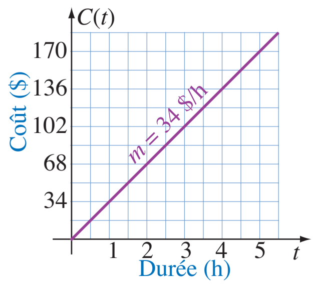
Soit x et y deux variables d'un phénomène, on dit que y **varie de façon directement proportionnelle** à x si :

1. $y = 0$ lorsque $x = 0$;
2. le rapport des variables est constant lorsque $x \neq 0$.

Autrement dit $\frac{y}{x} = a$ si $x \neq 0$ et $y = 0$ lorsque $x = 0$.

où m est une constante appelée **constante de proportionnalité**. On a alors un lien de la forme $y = ax$.





Représentation graphique

La représentation graphique d'une variation directement proportionnelle est une droite passant par l'origine. Graphiquement, le rapport de la valeur de la variable y sur la valeur correspondante de la variable x est la **pente** a de la telle droite.

Ainsi, la représentation graphique des données de l'exemple 2.3.1 est une droite dont la pente est 34 \$/h. Cette pente représente le taux horaire du technicien.

Le montant de taxes que vous devez payer lorsque vous effectuez un achat est directement proportionnel au prix de l'article acheté.

EXEMPLE 2.3.2

Vous travaillez dans un magasin « Dollar-ami » et on vous demande de préparer un tableau pour les clients donnant le montant total de l'achat selon le nombre d'articles achetés. Depuis l'harmonisation des taxes, la TVQ est calculée sur le montant de l'achat sans inclure la taxe fédérale et son taux a été porté à 9,975 % et la TPS est de 5 %. Ce tableau doit donner le coût (prix et taxes) pour des achats de un à dix articles. Depuis la disparition de la pièce de 1 ¢, la politique du magasin est d'arrondir le coût à la valeur supérieure pour un article de 1 \$ et de facturer le coût total proportionnellement au nombre d'articles achetés.

Solution

On peut d'abord déterminer le montant de taxes pour l'achat d'un article, soit le montant de taxes pour un achat de 1 \$. Cela permettra de compléter le tableau. Le taux de la TPS est de 5 %. Le montant de la TPS pour un article de 1 \$ est donc

$$\frac{5}{100}\times 1 = 0{,}05.$$

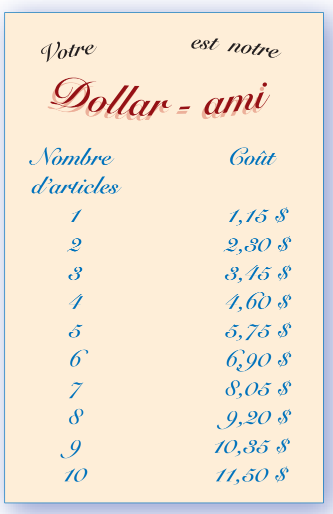
Le taux de la TVQ est 9,975 %. Puisqu'il n'est plus calculé en incluant la TPS, on doit donc la calculer sur un montant de 1,00 \$. Le montant de le TVQ pour un article est donc

$$\frac{9{,}975}{100}\times 1{,}00 = 0{,}099\,75.$$

En additionnant les deux taxes au montant de 1 \$, on obtient :

$$1 + 0{,}05 + 0{,}099\,75 = 1{,}149\,75.$$

Le coût d'un article est donc arrondi à 1,15 \$. Le tableau informant les clients est reproduit ci-contre.



REMARQUE
Dans cet exemple, on arrondit le prix pour un article à deux décimales, car la plus petite pièce de monnaie est de 5 ¢.

Pour des montants importants, il faut conserver les décimales et arrondir lorsque le calcul est complété.

Pour calculer le montant total de la facture lorsqu'on fait un achat d'un montant x, il suffit de multiplier ce dernier par 1,149 75. On peut alors décrire le coût total C par la correspondance

$$C(x) = 1{,}149\,75x.$$

Dans cette notation, $C(x)$ représente le coût pour un achat dont le prix indiqué est x. Pour calculer le coût total pour un achat de 75 \$, on assigne alors la valeur 75 à x, ce qui donne

$$C(75) = 1{,}149\,75 \times 75 = 86{,}23\,125.$$

En arrondissant, on obtient alors un montant de 86,25 \$ ou 86,20 \$ selon la politique du magasin, certains arrondissent à la valeur supérieure, d'autres à la valeur inférieure.

Au sens mathématique, l'expression $C(x) = 1{,}15025x$ est une fonction. Elle donne la correspondance entre le coût d'un produit ou d'un service et le montant de la facture après avoir ajouté les taxes. La constante 1,149 75 est la constante de proportionnalité.

Variation inversement proportionnelle

Pour détecter visuellement une variation inversement proportionnelle, nous allons établir une procédure analogue à celle élaborée pour déceler une variation directement proportionnelle. Nous allons donc analyser la représentation graphique des variations inversement proportionnelles et mettre en évidence le critère algébrique qui permettra de confirmer l'existence du type de variation décelée.

Variation inversement proportionnelle

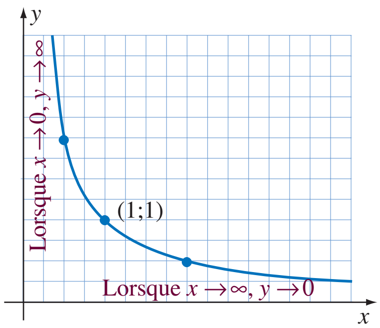
Si la relation entre deux variables x et y est telle que leur produit est égal à une constante, soit $yx = a$, on dit que y **varie de façon inversement proportionnelle** à x. Pour bien faire ressortir le lien entre les variables, on représente les variations inversement proportionnelles sous la forme

$$y = \frac{a}{x}.$$

Représentation graphique

Pour pouvoir déceler une variation inversement proportionnelle à partir d'une représentation graphique, il faut connaître la forme d'une telle représentation. Nous allons donc représenter graphiquement la relation $y = 1/x$. On sait déjà que cette correspondance n'est pas définie à zéro puisque la division par zéro n'est pas définie dans $\mathbb{R}$. De plus, étant donné que dans les situations que nous allons rencontrer la variable indépendante sera toujours positive, nous allons donc considérer seulement l'intervalle

x	$y = 1/x$
0,001	1 000
0,01	100
0,1	10
0,5	2
1	1
2	0,5
10	0,1
100	0,01
1 000	0,001



]0; ∞[. Le tableau ci-contre présente quelques points qui nous permettront de tracer la courbe de la relation $y = 1/x$.

En représentant graphiquement les valeurs calculées, on obtient le graphique ci-contre. On constate que le graphique a un comportement particulier. En suivant la courbe, le graphique s'approche de plus en plus de l'axe vertical si x s'approche de 0 ($x \to 0$). De plus, le graphique s'approche de plus en plus de l'axe horizontal si x devient très grand, c'est-à-dire lorsque x tend vers l'infini ($x \to \infty$). On dit alors que le graphique a un comportement asymptotique.

Asymptote

Lorsque le graphique d'une fonction s'approche de plus en plus d'une droite, on dit que le graphique est **asymptotique** à la droite. Cette droite est alors appelée l'**asymptote**.

On pourra rencontrer deux types d'asymptotes dans le présent cours, soit l'asymptote verticale et l'asymptote horizontale. Comme le graphique plus haut permet de le constater, la relation $y = 1/x$ a une asymptote verticale à $x = 0$ et une asymptote horizontale à $y = 0$. Dans la pratique, lorsqu'on analyse une situation dont le lien entre les variables est une variation inversement proportionnelle, on ne considérera que l'intervalle pertinent pour cette analyse.

EXEMPLE 2.3.3

Exprimer le coût en dollar canadien d'un dollar américain en fonction de la valeur du dollar canadien lorsque celui-ci fluctue de 0,6000 $ US à 1,0000 $ US. Représenter graphiquement cette fonction.

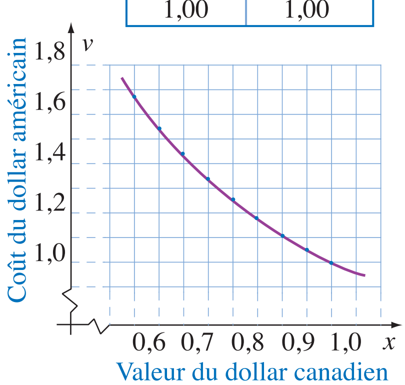
■ *Solution*

Soit x la valeur du dollar canadien et v la valeur du dollar américain. On a alors

$$v(x) = \frac{1}{x}.$$

Pour représenter graphiquement cette fonction, on peut calculer quelques correspondances. On obtient alors le tableau et le graphique ci-contre.

Dollar canadien ($ US)	Dollar américain ($ CA)
0,60	1,67
0,65	1,54
0,70	1,43
0,75	1,33
0,80	1,25
0,85	1,18
0,90	1,11
0,95	1,05
1,00	1,00



Lorsque la valeur du dollar canadien augmente, le coût du dollar américain diminue. Si la valeur du dollar canadien était plus élevée que celle du dollar américain, on devrait considérer un intervalle plus grand pour représenter la situation et le dollar américain coûterait moins qu'un dollar canadien.

La valeur du dollar canadien a été plus élevée que le dollar américain, durant les années 1970.

PROCÉDURE

Résolution d'un problème de proportionnalité, directe ou inverse

1. Identifier la variable indépendante et la variable dépendante.
2. Calculer la constante de proportionnalité en tenant compte des unités.
3. Établir le modèle décrivant le lien entre les variables.
4. Utiliser le modèle pour analyser le phénomène ou pour résoudre le problème.
5. Représenter graphiquement le lien de proportionnalité directe ou inverse.
6. Interpréter correctement le résultat selon le contexte.

REMARQUE

Lorsqu'on analyse une situation dont on sait que le lien entre les variables est un lien de proportionnalité, directe ou inverse, on substitue les données numériques du problème dans la forme générale décrivant le type de variation: $y = ax$ (proportionnalité directe) ou $y = a/x$ (proportionnalité inverse). Puis, on détermine la valeur de la constante de proportionnalité qui est alors la seule inconnue de l'équation.

EXEMPLE 2.3.4

Un commerçant estime que l'achalandage de son magasin est directement proportionnel au montant qu'il investit mensuellement en publicité. Le mois dernier, il a investi 2 000 \$ et il a reçu 420 clients.

a) Déterminer le modèle mathématique décrivant le nombre de clients selon la prétention du commerçant.

b) Dans les mêmes conditions, combien de clients visiteront le magasin si le propriétaire investit 3 000 \$ en publicité le mois prochain ?

c) Combien devrait-il investir pour attirer 500 clients par mois?

d) Représenter graphiquement la fonction.

Solution

a) Si l'hypothèse du commerçant est correcte et que l'achalandage de son magasin est directement proportionnel au montant investi mensuellement en publicité, le nombre de clients est décrit par un modèle de la forme $N = ax$ où N est le nombre de clients et x est le montant investi en publicité. Les données numériques du problème permettent d'écrire

$$420 = a \times 2\ 000.$$

On peut alors calculer la constante de proportionnalité, ce qui donne

$$a = \frac{420}{2\ 000} = 0{,}21 \text{ client/\$}.$$

Le modèle est donc $N(x) = 0{,}21x$ clients.

b) Si l'hypothèse du commerçant est exacte, le nombre de clients pour un investissement de 3 000 \$ sera

$$N(3\ 000) = 0{,}21 \times 3\ 000 = 630 \text{ clients}.$$

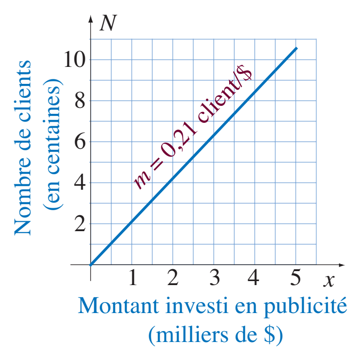
c) On cherche le montant x pour lequel $0{,}21x = 500$. En isolant x, on trouve

$$x = \frac{500}{0{,}21} = 2\ 380{,}95 \text{ \$}.$$

REMARQUE

Il ne faut pas s'attendre à ce qu'un modèle mathématique puisse donner une certitude absolue dans un contexte comme celui-ci. On ne peut garantir que le montant à investir est exactement de 2 380,95 \$. Cependant, le résultat donne un ordre de grandeur. Dans ce cas, le commerçant devrait investir environ 2 400 \$ en publicité.

d) Puisqu'on a une variation directement proportionnelle, le graphique est une droite passant par l'origine et dont la pente est la constante de proportionnalité. La représentation graphique est donnée ci-contre.



EXEMPLE 2.3.5

L'organisateur d'un festival de la chanson estime que le nombre de spectateurs aux spectacles du festival est inversement proportionnel au prix du billet. Pour le premier spectacle, 1 500 billets ont été vendus au prix de 24 $ alors que la salle peut contenir 2 400 personnes.

a) Décrire la correspondance entre le prix du billet et le nombre de spectateurs.

b) Combien y aurait-il de spectateurs si le prix du billet était de 30 $?

c) Quel prix faudrait-il fixer pour remplir la salle si l'estimation de l'organisateur est juste ?

d) Représenter graphiquement le modèle mathématique.

■ ***Solution***

a) Si l'hypothèse de l'organisateur est correcte et que le nombre de spectateurs est inversement proportionnel au prix du billet, le nombre de spectateurs est décrit par un modèle de la forme

$$N = \frac{a}{x}.$$

où N est le nombre de spectateurs et x est le prix du billet. Les données numériques du problème permettent d'écrire

$$1\ 500 = \frac{a}{24}.$$

ce qui donne a = 36 000 $ personnes. Le modèle est donc

$$N(x) = \frac{36\ 000}{x}.$$

b) Si le prix du billet était fixé à 30 $, le nombre de spectateurs serait

$$N(30) = \frac{36\ 000}{30} = 1\ 200.$$

c) Puisque la salle peut contenir 2 400 personnes, le prix du billet qui permettrait de remplir la salle est la valeur de x pour laquelle on a

$$N(x) = \frac{36\ 000}{x} = 2\ 400.$$

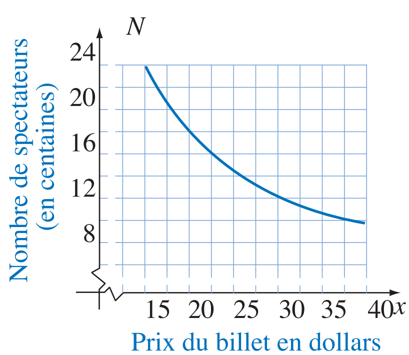
En isolant x, on trouve

$$x = \frac{36\ 000\ \$ \cdot \text{personnes}}{2\ 400\ \text{personnes}} = 15\ \$.$$

Le prix devrait être de 15 $.

d) Le graphique est un peu plus délicat à tracer. Pour faire une représentation adéquate, il faut calculer quelques valeurs. On obtient alors le tableau et le graphique ci-contre.

Prix du billet ($)	Nombre de spectateurs
15	2 400
20	1 800
25	1 440
30	1 200
35	1 029
40	900



REMARQUE

On ne peut pas toujours avoir recours à une règle de trois ou à une variation directement proportionnelle pour résoudre tous les problèmes. Il faut être capable d'identifier correctement le modèle à utiliser.

2.4 EXERCICES

1. Le montant de taxes que l'on doit payer en achetant un article est directement proportionnel au coût de cet article. La TPS est de 5 % et la TVQ est de 9,9755 %.
   a) Décrire symboliquement le montant de taxes à payer en fonction du prix des produits et services à payer.
   b) Calculer le montant de taxes à payer pour un achat de 50 \$, de 100 \$, de 250 \$.
   c) Décrire symboliquement le montant de la facture, incluant le prix et les taxes en fonction du prix des produits et services à payer.
   d) Calculer le montant de la facture pour un achat de 50 \$, de 100 \$, de 250 \$.

2. Vous devez gérer une entreprise de location de bicyclettes et de patins à roues alignées dans un centre de villégiature estival. Pour louer une paire de patins, il en coûte 3 \$/h. Pour une bicyclette d'adulte, il en coûte 5 \$/h et pour une bicyclette d'enfant, 2,50 \$/h. L'entreprise ouvre à 10 h et ferme à 18 h.
   a) Décrire symboliquement le coût de location d'une paire de patins en fonction du nombre d'heures de location.
   b) Décrire symboliquement le coût de location d'une bicyclette d'adulte en fonction du nombre d'heures de location.
   c) Décrire symboliquement le coût de location d'une bicyclette d'enfant en fonction du nombre d'heures de location.
   d) Décrire symboliquement le coût de location d'une bicyclette d'adulte et d'une bicyclette d'enfant en fonction du nombre d'heures de location.

3. Vous empruntez 5 000 \$ de votre vieil oncle riche pour vous payer un voyage dans les mers du Sud à la mi-session d'hiver. Le remboursement se fera en un seul versement. Vous verserez alors le capital en ajoutant pour chaque mois que durera le prêt, 0,5 % d'intérêt de la somme empruntée.
   a) Décrire algébriquement l'intérêt à verser en fonction du nombre de mois.
   b) Calculer le montant à verser en intérêts si vous prenez deux ans avant de rembourser.

4. Une personne désirant établir la correspondance entre les kilogrammes et les livres se pèse à l'aide d'une balance graduée selon les deux échelles de mesure. Sur l'échelle graduée en kilogrammes, cette personne évalue sa masse à 70 kg et sur l'échelle graduée en livres, elle fait une lecture de 154 lb.
   a) À l'aide de ces données, établissez la correspondance entre les deux unités de mesure.
   b) Esquisser le graphique de cette fonction.
   c) Calculer l'équivalent en livres de 80 kg, de 100 kg.
   d) Une personne a maigri de 8 lb au cours du dernier mois, combien a-t-elle perdu de kg ?

5. La distance parcourue par une automobile est directement proportionnelle à sa vitesse. Sachant qu'une automobile a parcouru une distance de 180 km en deux heures et quart:
   a) Trouver la vitesse de l'automobile.
   b) Déterminer le modèle mathématique permettant de décrire la distance parcourue par rapport au temps.
   c) Trouver le temps nécessaire pour parcourir 500km à cette vitesse.
   d) Représenter graphiquement le modèle mathématique décrivant ce phénomène.

6. Le comité d'administration d'un festival de la chanson estime que l'assistance aux spectacles est inversement proportionnelle au coût du billet.
   a) Sachant que les spectacles de l'an dernier ont attiré en moyenne 600 spectateurs, alors que le coût du billet était de 5 \$, déterminer le modèle mathématique donnant le nombre de spectateurs en fonction du coût du billet.
   b) Déterminer le coût du billet qui permettrait de doubler le nombre de spectateurs.

7. Un de vos amis possède une petite fabrique de cadres sur mesure et il vous demande conseil pour la facturation de ses clients. Il aimerait fixer le prix de ses cadres en ajoutant 35 % du coût de production. Les cadres étant fabriqués sur mesure, le coût de production diffère pour chaque article et il a besoin d'un procédé simple pour établir le prix à fixer.
   a) Déterminer une fonction décrivant le prix à fixer en fonction du coût de production.

b) Quel sera le prix d'un cadre qui a coûté 25 $ à produire ?
c) Quel sera le prix d'un cadre qui a coûté 45 $ à produire ?
d) Impressionné par la simplicité de la fonction que vous avez définie, votre ami vous demande de la modifier pour que le calcul des taxes se fasse automatiquement. Quelle fonction lui permettra de le faire ?

8. Lorsqu'une auto roule à vitesse constante, la quantité d'essence consommée au kilomètre est constante. Un représentant de commerce sur la route a produit le mois dernier un rapport indiquant qu'il a parcouru 1 200 km et que la voiture a consommé 110 L d'essence.
a) À l'aide de ces données, déterminer le modèle mathématique décrivant la distance parcourue en fonction de la quantité d'essence consommée.
b) Calculer la distance parcourue si la voiture a consommé 160 L d'essence.
c) À l'aide de ces données, déterminer le modèle mathématique décrivant la quantité d'essence consommée en fonction de la distance que le représentant fait avec cette voiture.
d) Le mois prochain, le représentant doit parcourir 2 500 km pour visiter différents clients Il demande à son patron de lui verser d'avance la somme nécessaire pour l'essence. Calculer la quantité d'essence nécessaire pour effectuer ce trajet en arrondissant au dollar près..
e) Sachant que le coût de l'essence varie d'une région à l'autre, mais qu'il est en moyenne de 135,4 ¢/L, quel montant le patron devra-t-il verser au représentant comme avance sur ses frais de déplacement ?

9. Excédé par les remarques des clients sur le prix de ses repas, un restaurateur a décidé d'afficher la répartition du coût. Il vous demande de produire un graphique qui permettrait aux clients de visualiser cette répartition. La variable indépendante doit être le prix indiqué et le graphique doit permettre de voir, selon ce prix, le coût de production, la part de taxes fédérales et provinciales et les frais de service.
a) Sachant que le restaurateur prend 30 % de profit sur le coût de production, déterminer la fonction décrivant le coût de production en fonction du prix indiqué.
b) Représenter graphiquement la fonction donnant le coût de production.
c) Déterminer et représenter graphiquement dans le même système d'axes la fonction donnant le prix après ajout de la TPS
d) Déterminer et représenter graphiquement dans le même système d'axes la fonction donnant le prix après ajout de la TPS et de la TVQ.
e) Déterminer et représenter graphiquement dans le même système d'axes la fonction donnant le prix après ajout du service.

10. Vous produisez et vendez des sels aromatiques pour le bain. Ces sels sont vendus dans un contenant dont la base est carrée et la hauteur est une fois et demie le côté de la base et la boîte contient 400 g de sels. Vos clients souhaitent acheter ces sels en plus grande quantité. La compagnie qui fabrique les contenants vous indique qu'elle peut produire deux autres modèles de boîte sans avoir à modifier sa chaîne de production.

a) Pour un de ces modèles, le côté de la base est 1,4 fois plus long et la hauteur est 1,2 fois plus longue que les boîtes que vous utilisez actuellement. Calculer la quantité de sels que peuvent contenir ces boîtes.
a) Pour l'autre modèle, le côté de la base est 1,2 fois plus long et la hauteur est 1,5 fois plus longue que les boîtes que vous utilisez actuellement. Calculer la quantité de sels que peuvent contenir ces boîtes.

11. Vous produisez et vendez une crème pour le corps. Cette crème est vendue dans un contenant cylindrique dont la hauteur est une fois et demie le diamètre de la base et qui contient 90 ml de crème. La compagnie qui fabrique les contenants vous indique qu'elle peut maintenant produire un autre modèle dont la hauteur et le diamètre sont le double de ceux du modèle que vous utilisez. Quelle quantité de crème contiendrait ce nouveau contenant.