ARITHMÉTIQUE *des* GRANDEURS PHYSIQUES

2

Manipuler les grandeurs physiques selon les exigences technologiques.

Les composantes particulières de l'élément de compétence visées par le présent chapitre sont:

- la conversion de grandeurs dans divers systèmes de mesure;
- le choix pertinent du nombre de chiffres significatifs;
- la réalisation d'opérations arithmétiques, le résultat comportant un nombre approprié de chiffres significatifs, compte tenu des règles de propagation de l'incertitude;
- le calcul des incertitudes absolue et relative en tenant compte des règles de propagation des incertitudes;
- l'utilisation des rapports et proportions dans la résolution de problèmes.

OBJECTIFS

2.1 Utiliser correctement les règles de présentation des résultats de calculs sur des nombres arrondis.

2.2 Effectuer le calcul de l'incertitude sur le résultat d'opérations.

2.3 Utiliser les propriétés des rapports et des proportions dans la conversion d'unités de mesure.

2.4 Utiliser les propriétés des rapports et proportions dans la résolution de problèmes concrets nécessitant la manipulation d'unités de mesure.

2.1 Grandeurs et incertitude

La mesure est un des aspects fondamentaux des sciences et des techniques. Une mesure est toujours composée de deux éléments : un nombre dont la signification dépend d'une échelle de mesure et des unités. Le système le plus utilisé dans les milieux scientifiques est le système international (SI), qui a été élaboré en 1960.

Le système international (SI)

Les unités de base du système international sont données dans le tableau suivant.

REMARQUE

Le kilogramme est la seule unité de base qui s'écrit avec un préfixe, le gramme s'étant révélé une unité trop petite à l'usage.

Le kelvin est l'unité de base de température mais, dans la vie courante, on utilise le degré Celsius. La correspondance est :

$$K = °C + 273{,}15.$$

Unités de base

Grandeur	Unité	Symbole
Longueur	mètre	m
Masse	kilogramme	kg
Temps	seconde	s
Courant électrique	ampère	A
Température thermodynamique	kelvin	K
Quantité de matière	mole	mol
Intensité lumineuse	candela	cd

En combinant les unités de base, on obtient les unités dérivées. Les grandeurs comme l'aire, le volume, la vitesse et l'accélération se mesurent à l'aide d'unités dérivées des unités fondamentales.

Autres unités SI

Grandeur	Unité	Symbole
Superficie	mètre carré	m^2
Volume	mètre cube	m^3
Vitesse	mètre par seconde	m/s
Accélération	mètre par seconde au carré	m/s^2
Masse volumique	kilogramme par mètre cube	kg/m^3
Quantité de mouvement	kilogramme-mètre par seconde	kg·m/s
Moment cinétique	kilogramme-mètre carré par seconde	$kg{\cdot}m^2/s$
Volume massique	mètre cube par kilogramme	m^3/kg
Luminance	candela par mètre carré	cd/m^2

Pour simplifier l'écriture, on donne un nom particulier à certaines unités dérivées. C'est le cas de l'unité de force, que l'on appelle newton (N) en l'honneur du savant Isaac Newton. En unités de base, le newton vaut un kilogramme-mètre par seconde carrée ($1\ \text{N} = 1\ \text{kg·m/s}^2$). De même, l'unité dérivée de puissance s'appelle watt, en l'honneur de l'ingénieur James Watt $1\ \text{W} = 1\ \text{J/s} = 1\ \text{N·m/s} = 1\ \text{kg·m}^2/\text{s}^3$.

Unités dérivées			
Grandeur	**Unité**	**Symbole**	**Dérivation**
Fréquence	hertz	Hz	1/s
Force	newton	N	kg·m/s^2
Pression	pascal	Pa	N/m^2
Énergie, travail	joule	J	N·m
Puissance	watt	W	J/s
Charge électrique	coulomb	C	A·s
Potentiel électrique	volt	V	W/A = J/C
Résistance électrique	ohm	Ω	V/A

Code d'écriture SI

1. Les symboles des unités s'écrivent toujours en caractères droits et les symboles des grandeurs en italique. Ainsi, W est le symbole des watts et *W* représente le travail.
2. En général, les symboles sont des minuscules : s pour seconde, m pour mètre. Cependant les symboles dérivés d'un nom propre sont représentés par des majuscules : A, pour ampère, V pour volt, etc. Les symboles des préfixes minuscules : c pour centi, k pour kilo. Cependant les préfixes méga (M), giga (G), téra (T), péta (P) et exa (E) font exception ainsi que le symbole du litre (L)
3. Le nom des unités s'écrit entièrement en minuscules, même pour les unités dérivées d'un nom propre, à moins qu'il ne soit en début de phrase. Cependant, Celsius prend toujours une majuscule.
4. Il ne faut pas mettre de point après un symbole d'unité, sauf en fin de phrase.
5. Les symboles d'unités ne prennent jamais la marque du pluriel, contrairement au nom des unités.
6. On utilise les décimales plutôt que les fractions ordinaires et on laisse toujours une espace entre la valeur numérique et la première lettre du symbole des unités.
7. Les préfixes sont également en caractères droits, il n'y a pas d'espace entre le symbole du préfixe et celui des unités : kg pour kilogramme.
8. On choisit le multiple d'une unité de manière que les valeurs numériques soient comprises entre 1 et 1000. Par exemple, 23,4 kV pour 23 400 V et 27,842 km pour 27 842 m

9. Le produit de deux unités est représenté par un point centré entre les symboles des unités; par exemple :

   N·m pour newton-mètre et kW·h pour kilowatt-heure.

   Cependant, on n'emploie généralement pas le point pour représenter le produit de deux valeurs numériques; on écrit normalement 27 × 35, et non 27·35.
10. On utilise une barre oblique ou horizontale pour représenter le quotient de deux unités ou encore une puissance négative, m/s^2 ou $m{\cdot}s^{-2}$. Cependant, une même expression ne doit jamais contenir plus d'une barre oblique.
11. Si on emploie les noms des unités, on utilise le mot «par» pour indiquer la division et un trait d'union pour indiquer le produit de deux unités. Ainsi, on écrit 5 volts par seconde, et non 5 volts/seconde, 1 newton-mètre ou 15 newtons-mètres.

Pour alléger l'écriture et la lecture des nombres très grands ou très petits, on utilise les puissances de 10. Ainsi, on écrit $6{,}86 \times 10^3$ cm^3 plutôt que 6 860 cm^3. Les nombres s'écrivent avec un seul chiffre avant la virgule, la position étant précisée par le produit d'une puissance de 10. C'est ce que l'on appelle la **notation scientifique**. Dans cette notation, un nombre comporte deux parties : la **puissance** de 10, qui sert à situer la virgule décimale, et la **mantisse** du nombre. On a donné des noms aux puissances de 10 pour obtenir la **notation de l'ingénieur**, dans laquelle les unités sont dotées d'un préfixe qui indique la puissance de 10 du nombre. Ces préfixes sont donnés dans le tableau suivant.

REMARQUE

Les préfixes des multiples sont tirés de la langue grecque et ceux des sous-multiples sont tirés de la langue latine.

En techniques, on n'utilise pas tous les préfixes. On préfère déplacer la virgule décimale par des multiples de trois et l'on obtient alors une variante de la notation scientifique que l'on appelle **notation de l'ingénieur.** Si l'on procède de cette façon, certaines données comportent plus d'un chiffre à gauche de la virgule décimale. Cependant, il est recommandé de choisir les préfixes de telle sorte que les valeurs soient comprises entre 1 et 1 000. Ainsi, on a :

$$0{,}000\,023\,4\ \text{F} = 23{,}4 \times 10^{-6}\ \text{F} = 23{,}4\ \mu\text{F}$$

$$46\ 300\ \text{W} = 46{,}3 \times 10^{3}\ \text{W} = 46{,}3\ \text{kW}$$

$$0{,}0032\ \text{A} = 3{,}2 \times 10^{-3}\ \text{A} = 3{,}2\ \text{mA}$$

Préfixes de la notation de l'ingénieur

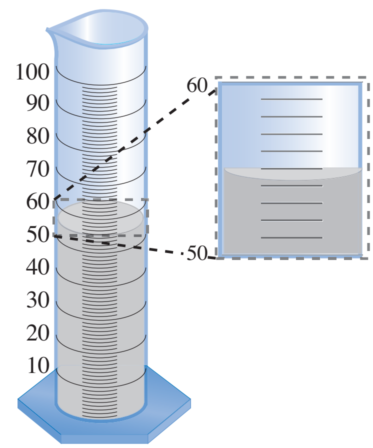
Puissances positives			Puissances négatives		
Préfixe	**Puissance**	**Symbole**	**Préfixe**	**Puissance**	**Symbole**
exa	10^{18}	E	déci	10^{-1}	d
péta	10^{15}	P	centi	10^{-2}	c
téra	10^{12}	T	milli	10^{-3}	m
giga	10^{9}	G	micro	10^{-6}	μ
méga	10^{6}	M	nano	10^{-9}	n
kilo	10^{3}	k	pico	10^{-12}	p
hecto	10^{2}	h	femto	10^{-15}	f
déca	10^{1}	da	atto	10^{-18}	a

Mesure et incertitude

ArithGrandeur01

Lorsqu'on prend une mesure, on obtient un nombre dont les premiers chiffres sont certains et dont le dernier chiffre est estimé en tenant compte de la plus petite subdivision de l'instrument de mesure. La mesure est donc toujours porteuse d'incertitude. En effectuant des opérations sur de telles données, les incertitudes se propagent. Il faut alors arrondir le résultat des opérations pour que, tout comme les mesures, les premiers chiffres soient certains et que le dernier chiffre soit estimé. Il faut donc :

- déterminer le nombre de chiffres que devra comporter le résultat des opérations;
- arrondir selon les règles de l'art.



Pour déterminer le nombre associé à une unité de mesure, on utilise un appareil de mesure dont la lecture est nécessairement source d'erreur puisque la mesure obtenue est une estimation.

Chiffres significatifs

Dans une expérience de laboratoire, on doit normalement prendre des mesures et, pour compléter le rapport de l'expérience, il faut effectuer des calculs sur ces mesures. Il est très important de ne communiquer dans ce rapport que l'information que l'on peut garantir. Il est alors nécessaire de déterminer le nombre de **chiffres significatifs** qu'il faut conserver dans les résultats.

PROCÉDURE

pour déterminer les chiffres significatifs

1. **Chiffres différents de zéro**
   Tout chiffre différent de zéro est considéré comme un chiffre significatif.
2. **Zéros**
   Zéros du début
   Ce sont les zéros qui précèdent tous les chiffres différents de zéro. Ces chiffres ne sont pas des chiffres significatifs.
   Zéros captifs
   Ce sont les zéros placés entre deux chiffres différents de zéro. Ces chiffres sont toujours des chiffres significatifs.
   Zéros de la fin
   Ce sont les zéros placés à la droite du nombre. Ces chiffres sont significatifs si le nombre comporte une virgule décimale.
3. **Nombres exacts**
   On utilise parfois dans des calculs des nombres qui ne sont pas obtenus à l'aide d'un instrument de mesure.
   Nombre exact par dénombrement
   C'est un nombre obtenu en comptant. Ainsi, si on répète une même

REMARQUE

Lorsqu'un nombre se termine par des zéros et qu'il ne comporte pas de virgule décimale, il peut y avoir ambiguïté. Ainsi, la valeur 500 mL a-t-elle un, deux ou trois chiffres significatifs? Pour éliminer l'ambiguïté, on écrit 5×10^2 pour indiquer qu'il y a un seul chiffre significatif. S'il y a deux chiffres significatifs, on écrit $5{,}0\times10^2$ et s'il y en a trois, on écrit $5{,}00\times10^2$.

Dans le présent ouvrage, lorsqu'un nombre ne comporte pas de virgule décimale, on considére que c'est un nombre exact.

REMARQUE

Un chiffre non nul est toujours significatif.

Le chiffre 0 est significatif sauf s'il précède tous les chiffres non nuls ou s'il est à la fin d'un entier sans virgule décimale.

Ainsi, dans les nombres 3 507 et 27,80 tous les chiffres sont significatifs. Cependant, dans les nombres 0,0035 et 35 000 seuls le 3 et le 5 sont significatifs.

mesure cinq fois et que l'on veut calculer la valeur moyenne de ces mesures, le cinq est un nombre exact.

Nombre exact dans une relation

Dans la relation $C = 2\pi r$ qui donne la circonférence d'un cercle, 2 est un nombre exact.

Nombre exact par équivalence de mesure

On définit l'équivalence des kilogrammes et des livres par l'égalité :

$$1 \text{ kg} = 2{,}2046 \text{ lb.}$$

Lorsqu'on utilise une telle équivalence dans un calcul, on considère que 1 et 2,2046 sont des nombres exacts.

Nombre exact d'une spécification d'un produit industriel

Les spécifications d'un produit industriel sont considérées comme des valeurs exactes, sauf si on indique une incertitude.

EXEMPLE 2.1.1

Combien de chiffres significatifs comportent les nombres suivants ?

a) 0,067
b) 13,70
c) 2 750
d) 30,08
e) $5{,}00 \times 10^3$

Solution

a) 0,067 a deux chiffres significatifs, puisque les zéros à gauche d'un nombre ne sont pas significatifs.
b) 13,70 a quatre chiffres significatifs, puisque les zéros à droite sont significatifs lorsqu'il y a une virgule décimale.
c) 2 750 a trois chiffres significatifs, puisque les zéros à droite ne sont normalement pas significatifs lorsque le nombre n'a pas de virgule décimale.
d) 30,08 a quatre chiffres significatifs, puisque les zéros captifs sont significatifs.
e) $5{,}00 \times 10^3$ a trois chiffres significatifs, puisque les zéros à droite sont significatifs lorsqu'il y a une virgule décimale.

Résultats d'une opération

Lorsqu'on effectue des calculs sur des mesures, le résultat ne doit pas laisser croire à une précision plus grande que celle que l'on peut garantir. Cela signifie qu'il doit comporter un seul chiffre incertain, soit le dernier. On doit donc, après un calcul, déterminer les chiffres qu'il faut retenir dans la réponse.

Il est très important, à la suite d'opérations sur des nombres arrondis ou estimés, de ne conserver que les chiffres qui véhiculent une information fiable. La marche à suivre pour déterminer le nombre de chiffres qu'il faut retenir est la suivante.

PROCÉDURE

Présentation du résultat d'opérations

1. Effectuer d'abord toutes les opérations **en conservant tous les chiffres** puis appliquer les règles suivantes.
2. **Règle des sommes et des différences**
   Si la séquence d'opérations ne comporte que des sommes ou des différences, le résultat ne doit pas avoir plus de décimales que le nombre qui en a le moins.
3. **Règle des produits et des quotients**
   Si la séquence d'opérations ne comporte que des produits ou des quotients, le résultat ne doit pas avoir plus de chiffres significatifs que le nombre qui en a le moins.
4. **Séquence de sommes et de produits**
   Si la séquence d'opérations comporte des sommes (ou différences) et des produits (ou quotients), la règle 3 a préséance et le résultat ne doit pas avoir plus de chiffres significatifs que le nombre qui en a le moins.

ArithGrandeur02

REMARQUE

L'expression « ne doit pas avoir plus de décimales que le nombre qui en a le moins » dans la règle 2, indique qu'on en conserve parfois moins. Cela permet de garantir que le résultat est compris dans l'intervalle obtenu en effectuant le calcul de l'incertitude. Il en est de même pour la règle 3.

En pratique, on effectue toutes les opérations et on arrondit ensuite. Cependant, dans les exemples et le recueil de solutions, pour pouvoir expliquer les différentes étapes, nous donnons parfois le résultat de chaque étape d'un calcul. Pour écrire ces résultats intermédiaires, lorsque nous ne donnons pas tous les chiffres affichés sur la calculatrice, nous l'indiquons en faisant suivre le nombre de « ... ». Ainsi, 19,562... représente un résultat d'opérations qui n'a pas été arrondi et pour lequel on n'écrit pas tous les chiffres obtenus lors des opérations.

Cependant, tous les chiffres sont conservés pour les calculs suivants et nous n'appliquons les règles ci-contre que dans l'écriture de la réponse du problème.

Pour respecter les règles de présentation des résultats d'opérations, il faut arrondir ceux-ci. Il faut alors appliquer la procédure suivante.

PROCÉDURE

Arrondir un nombre

1. Repérer le **chiffre-test**, c'est-à-dire le chiffre le plus à gauche de ceux qu'on laisse tomber.
2. Appliquer, parmi les suivantes, la règle qui s'applique, selon la valeur du chiffre-test :
   - Si le chiffre-test est inférieur à 5, les chiffres restants demeurent inchangés. Ainsi, le nombre 124,72328 arrondi à 4 chiffres donne 124,7.
   - Si le chiffre-test est supérieur à 5 ou si c'est un 5 suivi d'au moins un chiffre non nul, le chiffre qui précède le chiffre-test est augmenté de 1.
3. Si le chiffre-test est un 5 suivi uniquement de 0, on distingue deux cas :
   - le chiffre qui précède demeure inchangé s'il est pair;
   - le chiffre qui précède est augmenté de 1 s'il est impair.

Nombre	Nombre arrondi
22,535 789 5	22,54
0,032 418 551 2	0,032 42
3214,500 2	3215
782,979	783,0
273,55	273,6
0,073 245	0,073 24

EXEMPLE 2.1.2

Arrondir les nombres suivants à trois chiffres significatifs.

a) 0,057 72 b) 73,0054 c) 200,71

■ *Solution*

a) Les zéros à gauche du nombre n'étant pas significatifs, le nombre arrondi est

0,0577.

REMARQUE

Il faut repérer le chiffre-test et arrondir en une seule étape. Ainsi, en arrondissant 7,346 à deux chiffres significatifs, on obtient 7,3.

Il faut éviter d'arrondir en séquence, chiffre par chiffre. Ainsi, il ne faut pas arrondir 7,346 d'abord à 7,35 puis à 7,4.

b) Les zéros entre deux chiffres non nuls et les zéros à droite d'un nombre comportant une virgule décimale étant significatifs, le nombre arrondi est

$$73{,}0.$$

c) Les zéros entre deux chiffres non nuls et les zéros à droite d'un nombre comportant une virgule décimale étant significatifs, le nombre arrondi est

$$201.$$

Opérations et propagation de l'incertitude

ArithGrandeur03

En utilisant une valeur estimée ou une valeur arrondie, on commet une erreur. Celle-ci est inévitable, puisque dans toute mesure le dernier chiffre est une estimation. On définit l'erreur ainsi commise comme la valeur absolue de la différence entre la valeur réelle et la valeur estimée.

REMARQUE

Il faut bien différencier les notions d'erreur et d'incertitude absolue. Pour déterminer l'erreur, il faut connaître a et a', alors que pour déterminer l'incertitude absolue il suffit de connaître la valeur approchée a. Si a est un nombre arrondi ou estimé au cours d'une mesure, l'incertitude Δa est plus petite que la valeur de position du dernier chiffre significatif du nombre arrondi ou estimé.

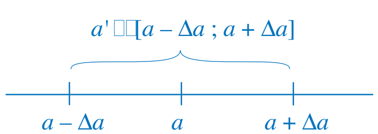
Erreur

Soit a' un nombre et a une valeur approchée de a'. L'erreur commise en utilisant l'approximation plutôt que la valeur exacte est alors définie par $E = |a' - a|$.

En pratique, on ne connaît pas la valeur exacte d'une mesure mais seulement sa valeur approximative; on doit donc estimer l'erreur. En fait, on estime la valeur maximale de l'erreur, qu'on appelle **incertitude absolue**.

REMARQUE

Le nombre a' représente une grandeur dont la valeur exacte a est inconnue.



Cependant, on sait que la valeur exacte est comprise dans l'intervalle $[a' - \Delta a; a' + \Delta a]$.

Incertitude absolue et incertitude relative

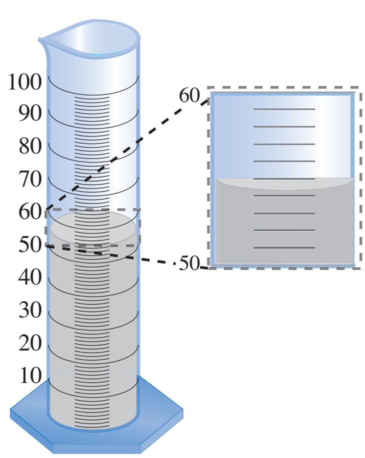
On appelle **incertitude absolue** (ou simplement **incertitude**) sur une grandeur a', la valeur maximale de l'erreur commise en estimant a'. On la représente par Δa (delta a) et on écrit $a' = a \pm \Delta a$.

L'**incertitude relative** est le rapport $\Delta a/a$. On l'exprime normalement en pourcentage.

Lorsqu'on effectue une opération (addition, soustraction, produit ou quotient) sur deux nombres comportant une incertitude, les incertitudes se combinent également. Il existe des règles permettant de :

- déterminer le résultat de l'opération (les chiffres à retenir);
- déterminer l'incertitude absolue sur le résultat de l'opération.

Nous allons présenter ces règles en les illustrant par des exemples.



Incertitude sur une mesure

Par convention, lorsqu'elle n'est pas précisée, on considère que la valeur maximale de l'erreur (incertitude absolue) que comporte une mesure est la moitié de la plus petite graduation de l'instrument.

Reprenons la situation ci-contre, si on conclut que a' est une grandeur comprise entre 54 mL et 55 mL, on écrit

$$a' = 54{,}5 \pm 0{,}5.$$

RÈGLE 1

Sommes et différences de nombres arrondis ou estimés

L'incertitude sur une somme ou une différence est la somme des incertitudes sur chacun des nombres additionnés ou soustraits. Symboliquement, cette règle s'écrit : Si $a' = a \pm \Delta a$ et $b' = b \pm \Delta b$, alors

$$a' + b' = a + b \pm (\Delta a + \Delta b) \text{ et } a' - b' = a - b \pm (\Delta a + \Delta b).$$

L'incertitude absolue est arrondie à un seul chiffre significatif et l'incertitude relative à au plus deux. Le résultat de l'opération est arrondi de telle sorte que le dernier chiffre retenu ait le même rang que celui de l'incertitude absolue.

ArithGrandeur04

REMARQUE
L'incertitude sur une somme est la somme des incertitudes :

$$(a \pm \quad a) + (b \pm \quad b) = \underbrace{(a + b)}_{S} \pm \underbrace{(\quad a + \quad b)}_{S}$$

EXEMPLE 2.1.3

Soit les nombres $c = 26{,}72 \pm 0{,}5 \times 10^{-1}$ et $d = 13{,}277 \pm 0{,}5 \times 10^{-2}$. Effectuer les opérations suivantes et indiquer les incertitudes absolue et relative sur les résultats.

a) $c + d$ b) $c - d$

Solution

a) En additionnant les deux nombres, on obtient

$$26{,}72 \pm 0{,}05 + 13{,}277 \pm 0{,}005 = 39{,}997 \pm 0{,}055.$$

L'incertitude absolue est arrondie à un chiffre significatif, ce qui donne 0,06 et le résultat de l'opération est arrondi de telle sorte que le dernier chiffre retenu ait le même rang que celui de l'incertitude absolue

$$c + d = 40{,}00 \pm 0{,}06.$$

L'incertitude relative est $\frac{\Delta(c+d)}{c+d} \quad \frac{0{,}06 \quad 100}{40{,}00} \quad 0{,}15\%.$

b) En appliquant la même règle qu'en a, on obtient :

$$c - d = 13{,}44 \pm 0{,}06.$$

L'incertitude relative est $\frac{\Delta(c-d)}{c-d} \quad \frac{0{,}06 \quad 100}{13{,}44} \quad 0{,}45\%.$

REMARQUE
On arrondit l'incertitude absolue à un chiffre significatif puisqu'elle porte sur le dernier chiffre incertain de l'opération. Pour l'incertitude relative, on retient deux chiffres significatifs.

RÈGLE 2

Produits et quotients d'un nombre arrondi par un nombre exact

Lorsqu'on multiplie (ou divise) un nombre arrondi par un nombre exact, le nombre de chiffres significatifs du résultat est le même que celui du nombre arrondi.

L'incertitude sur le résultat est dans ce cas le produit de l'incertitude et du nombre exact arrondi à un chiffre.

si $a' = a \pm \Delta a$ et k est un nombre exact, alors $ka' = ka \pm k\Delta a$.

si $a' = a \pm \Delta a$ et k est un nombre exact, alors $\frac{a'}{k} = \frac{a}{k} \quad \frac{\Delta a}{k}$.

ArithGrandeur04

REMARQUE
Les nombres que nous aurons à manipuler dans ce cours ne devront pas toujours être considérés comme des mesures et un nombre exact peut comporter une partie décimale. L'énoncé du problème devrait permettre de déterminer si on doit considérer les nombres comme des mesures arrondies ou des valeurs exactes.

ArithGrandeur05

REMARQUE

L'incertitude sur un produit est

$$(a \pm \ a)\ \ (b \pm \ b)$$
$$= \underbrace{(ab)}_{P} \pm \underbrace{(a\ \ b + b\ \ a)}_{P}$$

L'incertitude sur un quotient est

$$(a \pm \ a)\ \ (b \pm \ b)$$
$$= \underbrace{\frac{a}{b}}_{Q} \pm \underbrace{\frac{a\ \ b + b\ \ a}{b^2}}_{Q}$$

RÈGLE 3

Produits, quotients et puissances de nombres arrondis ou estimés

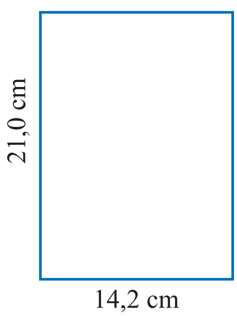
Si $a' = a \pm \Delta a$ et $b' = b \pm \Delta b$, alors :

$$a'b' = ab \pm (a\Delta b + b\Delta a)$$
$$\frac{a'}{b'} = \frac{a}{b} + \frac{a\Delta b + b\Delta a}{b^2}$$
$$(a')^n = a^n \pm n(a^{n-1})\Delta a.$$

L'incertitude absolue est arrondie à un seul chiffre significatif et l'incertitude relative à au plus deux. Le résultat de l'opération est arrondi de telle sorte que le dernier chiffre retenu ait le même rang que celui de l'incertitude absolue.

Lorsqu'on calcule l'incertitude sur le résultat d'une suite d'opérations comportant des produits et des quotients, on arrondit d'abord l'incertitude absolue, puis on arrondit le résultat de l'opération de telle sorte que le dernier chiffre retenu ait le même rang que celui de l'incertitude absolue

EXEMPLE 2.1.4



On a mesuré les côtés d'un rectangle avec une incertitude de 0,1 cm.

a) Calculer l'aire de ce rectangle et déterminer l'incertitude absolue sur ce calcul.

b) Déterminer l'incertitude relative sur ce calcul.

c) En considérant l'intervalle défini par l'incertitude, calculer la valeur minimale et la valeur maximale de l'aire du rectangle, et comparer cet intervalle à celui défini par l'incertitude absolue sur le produit.

Solution

a) L'aire du rectangle est

$$\begin{aligned}(21{,}0 \pm 0{,}1)\times(14{,}2 \pm 0{,}1) &= 21{,}0\times 14{,}2 \pm (21{,}0\times 0{,}1 + 14{,}2\times 0{,}1)\\ &= 298{,}2 \pm 3{,}52.\end{aligned}$$

L'incertitude est arrondie à ±4 et il faut arrondir le produit à trois chiffres significatifs. On retient

$$298 \pm 4\ \text{cm}^2.$$

b) L'incertitude relative est

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{4}{298} = 0{,}0134..., \text{ soit } 1{,}3\%.$$

c) En considérant l'intervalle défini par l'incertitude, la valeur minimale est

$$20{,}9 \times 14{,}1 = 294{,}69 \text{ cm}.$$

La valeur maximale est

$$21{,}1 \times 14{,}3 = 301{,}73 \text{ cm}.$$

L'aire du rectangle est comprise dans l'intervalle [294,69; 301,73] et le calcul de l'incertitude donne l'intervalle [294; 302].

EXEMPLE 2.1.5

Soit deux nombres estimés

$$a' = 47{,}81 \pm 0{,}01 \text{ et } b' = 13{,}2 \pm 0{,}1.$$

Calculer l'incertitude absolue sur :

a) $a' + b'$

b) $a' - b'$

c) $a'b'$

d) a'/b'

e) a'^5

■ *Solution*

a) $a' + b' = 47{,}81 + 13{,}2 \pm (0{,}01 + 0{,}1)$
$= 61{,}01 \pm 0{,}11.$

On conserve $61{,}0 \pm 0{,}1$.

b) $a' - b' = 47{,}81 - 13{,}2 \pm (0{,}01 + 0{,}1)$
$= 34{,}61 \pm 0{,}11.$

On conserve $34{,}6 \pm 0{,}1$.

c) $a'b' = 47{,}81 \times 13{,}2 \pm (47{,}81 \times 0{,}1 + 13{,}2 \times 0{,}01)$
$= 631{,}092 \pm 4{,}913.$

On conserve 631 ± 5.

d) $$\frac{a'}{b'} = \frac{47{,}81}{13{,}2} \pm \frac{(47{,}81 \times 0{,}1 + 13{,}2 \times 0{,}01)}{(13{,}2)^2} = 3{,}621... \pm 0{,}028\ 1...$$

On conserve $3{,}62 \pm 0{,}03$.

e) $a'^5 = 47{,}81^5 \pm (5(47{,}81)^4 \times 0{,}01) = 249\ 800\ 738{,}8 \pm 261\ 243{,}19...$

On conserve $249\ 800\ 000 \pm 300\ 000$ et pour bien indiquer qu'il y a seulement quatre chiffres significatifs, on écrit :

$$(2\ 498 \pm 3) \times 10^5.$$

REMARQUE

Lorsque le calcul de l'incertitude n'est pas requis, on doit quand même tenir compte des règles de présentation des résultats d'opérations.

Incertitude relative

Il existe une méthode rapide pour calculer directement l'incertitude relative sur un produit. Puisque

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{b\Delta a + a\Delta b}{ab} = \frac{b\Delta a}{ab} + \frac{a\Delta b}{ab} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b},$$

alors
$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}.$$

ArithGrandeur06

Cela signifie que l'incertitude relative sur un produit est la somme des incertitudes relatives sur les facteurs du produit.

Une fois qu'on connaît l'incertitude relative sur un produit, on peut déterminer l'incertitude absolue, puisque :

$$\Delta P = P\ \frac{\Delta a}{a}\ \ \frac{\Delta b}{b}\ .$$

Cela signifie qu'en multipliant l'incertitude relative par le produit, on obtient l'incertitude absolue sur le produit.

Si Q représente le quotient a'/b' de deux nombres comportant une incertitude, l'incertitude relative sur le quotient est alors

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\dfrac{b\Delta a + a\Delta b}{b^2}}{\dfrac{a}{b}} = \frac{b\Delta a + a\Delta b}{b^2} \times \frac{b}{a} = \frac{b^2\,\Delta a + ab\,\Delta b}{ab^2}$$
$$= \frac{b^2\,\Delta a}{ab^2} + \frac{ab\,\Delta b}{ab^2} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}.$$

Cela signifie que l'incertitude relative sur un quotient est la somme des incertitudes relatives sur les opérandes. On obtient l'incertitude absolue en multipliant la somme des incertitudes relatives par le quotient, puisque

$$\Delta Q = Q \quad \frac{\Delta a}{a} \quad \frac{\Delta b}{b} \quad .$$

De la même façon, il existe une méthode rapide pour calculer directement l'incertitude relative sur une puissance. En effet, si R représente la puissance n^e d'un nombre $a' = a + \Delta a$, alors

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{na^{n-1}\,\Delta a}{a^n} = \frac{n\,\Delta a}{a} \quad \text{et} \quad \Delta R = R\left(\frac{n\,\Delta a}{a}\right).$$

Cela signifie qu'en multipliant l'incertitude relative sur un nombre par la puissance à laquelle on élève ce nombre, on obtient l'incertitude relative sur la puissance. On peut donc calculer l'incertitude absolue en multipliant l'incertitude relative par la puissance du nombre.

EXEMPLE 2.1.6

Soit deux nombres estimés

$$a' = 52{,}43 \pm 0{,}01 \text{ et } b' = 27{,}8 \pm 0{,}1.$$

Calculer l'incertitude relative sur les expressions suivantes et en déduire l'incertitude absolue.

a) $a'b'$ b) a'/b' c) a'^4

■ *Solution*

Les incertitudes relatives sur les nombres sont respectivement :

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{0{,}01}{52{,}43} = 0{,}000\,19\ldots \text{ et } \frac{\Delta b}{b} = \frac{0{,}1}{27{,}8} = 0{,}003\,597\ldots$$

et leur somme est :

$$\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} \quad 0{,}003\,787\ldots$$

On estime donc que l'incertitude relative du produit et du quotient est 0,004 ou 0,4%.

a) Le produit est $ab = 52{,}43 \times 27{,}8 = 1\,457{,}554$. Puisqu'il ne peut comporter que trois chiffres significatifs, on conserve $ab = 1{,}46 \times 10^3$. L'incertitude absolue sur le produit est donc

$$1{,}46 \times 10^3 \times 0{,}004 = 0{,}005\ 84 \times 10^3.$$

On conserve $a'b' = (1{,}46 \pm 0{,}006) \times 10^3$.

b) Le quotient est $\dfrac{a}{b} = 1{,}885\ 9...$

Puisqu'il ne peut comporter que trois chiffres significatifs, on conserve 1,89. L'incertitude absolue sur le quotient est donc

$$1{,}89 \times 0{,}004 = 0{,}007\,56.$$

On obtient $\dfrac{a'}{b'} = 1{,}89 \pm 0{,}008$.

c) L'incertitude relative sur le nombre est 0,000 2. L'incertitude relative sur la puissance quatrième du nombre est $4 \times 0{,}000\,2 = 0{,}000\,8$.

La puissance quatrième du nombre est :

$$a^4 = (52{,}43)^4 = 7\,556\,478{,}149.$$

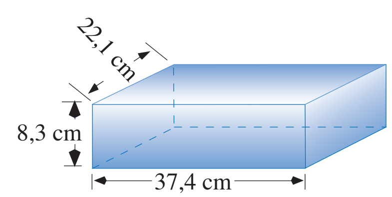
Puisque la puissance ne peut comporter que quatre chiffres significatifs, on conserve $7{,}556 \times 10^6$. L'incertitude absolue sur le produit est donc

$$7{,}556 \times 10^6 \times 0{,}000\ 8 = 6\ 044{,}8.$$

On conserve $a'^4 = (7{,}556 \pm 0{,}006) \times 10^6$.

EXEMPLE 2.1.7

Sachant que le volume d'un parallélépipède rectangle est le produit de la longueur, la largeur et la hauteur, calculer le volume de la boîte illustrée ci-contre dont on a mesuré les côtés. L'incertitude sur ces mesures est de ±0,1 cm. En effectuant le calcul d'incertitude, déterminer le volume en mètres cubes occupé par quatre boîtes identiques.



Solution

Les nombres à manipuler provenant de mesures, on doit appliquer les règles de présentation des résultats. On effectue le produit des dimensions pour trouver le volume de la boîte illustrée, ce qui donne

$$8{,}3 \text{ cm} \times 37{,}4 \text{ cm} \times 22{,}1 \text{ cm} = 6\,860{,}282 \text{ cm}^3.$$

Pour effectuer le calcul de l'incertitude, on effectue la somme des incertitudes relatives

$$\frac{0{,}1}{8{,}3} + \frac{0{,}1}{37{,}4} + \frac{0{,}1}{22{,}1} = 0{,}01924...$$

L'incertitude absolue est $6\,860{,}282 \times 0{,}01924 = 132{,}039$, on arrondit à un chiffre significatif, et on retient 100. Le volume d'une boîte est

$$6\,900 \pm 100 \text{ cm}^3.$$

Quatre boîtes identiques occuperaient alors un volume égal à :

$$4 \times (6\,900 \pm 100) \text{ cm}^3 = 27\,600 \pm 400 \text{ cm}^3.$$

Puisque 4 est un nombre exact, on conserve tous les chiffres. Pour convertir ce volume en mètres cubes, on doit se rappeler qu'un mètre vaut 100 cm

$$1 \text{ m}^3 = 100^3 \text{ cm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3 = 10^6 \text{ cm}^3.$$

Il faut donc diviser le volume par 10^6 cm^3 pour obtenir le volume en mètres cubes, ce qui donne 0,0276 m^3.

REMARQUE

Pour obtenir le volume en mètres cubes, on peut également exprimer les dimensions en mètres avant de calculer le volume, ce qui donne :

$$0{,}083 \text{ m} \times 0{,}374 \text{ m} \times 0{,}221 \text{ m}$$
$$= 0{,}006\ 860\ 282 \text{ m}^3$$
$$\approx 0{,}006\ 9 \text{ m}^3 \text{ par boîte.}$$

Opérations et notation scientifique

Pour effectuer des opérations sur des nombres en notation scientifique, il faut convertir les préfixes en puissances de 10 et appliquer les règles d'utilisation des exposants.

Produits et quotients

Pour multiplier deux nombres, on effectue le produit des mantisses et on additionne les exposants. Pour diviser deux nombres, on effectue le quotient des mantisses et on soustrait les exposants.

REMARQUE

En a), le produit des mantisses, donne 3,91. Cependant, le produit doit avoir le même nombre de chiffres significatifs que le facteur qui en a le moins.

En b), le quotient des mantisses, donne 1,59090... Cependant, le quotient doit avoir le même nombre de chiffres significatifs que le facteur qui en a le moins. On arrondit donc la mantisse à deux chiffres significatifs, ce qui donne 1,6,

EXEMPLE 2.1.8

Effectuer les opérations suivantes en utilisant les règles des exposants.

a) $(1{,}7 \times 10^4) \times (2{,}3 \times 10^2)$ b) $\dfrac{3{,}5\times 10^5}{2{,}2\times 10^3}$

■ *Solution*

a) En regroupant les mantisses et les puissances de 10, on obtient

$$(1{,}7 \times 10^4) \times (2{,}3 \times 10^2) = (1{,}7 \times 2{,}3) \times (10^4 \times 10^2) = 3{,}9 \times 10^6.$$

b) En regroupant les mantisses et les puissances de 10, on obtient

$$\frac{3{,}5\times 10^5}{2{,}2\times 10^3} = \frac{3{,}5}{2{,}2}\times\frac{10^5}{10^3} = 1{,}6\times 10^2.$$

Sommes et différences

Pour additionner ou soustraire des nombres exprimés en notation scientifique, il faut ajuster les exposants de manière à pouvoir mettre en évidence une même puissance de 10. L'ajustement se fait normalement sur le nombre ayant le plus petit exposant lorsque les deux exposants sont positifs, et sur le nombre ayant le plus grand exposant lorsque les deux exposants sont négatifs. Après l'ajustement, on effectue l'opération sur les mantisses et on applique la règle de présentation des résultats, la lecture du nombre de décimales se faisant après l'ajustement des exposants. L'exemple suivant illustre un cas d'ajustement.

REMARQUE

Les exposants étant différents et positifs, on fait un ajustement pour transformer l'expression $2{,}264\times 10^3$. On doit multiplier 10^3 par 10 et, pour conserver l'égalité, diviser la mantisse par 10, ce qui donne :

$$2{,}264 \times 10^3 = 0{,}2264 \times 10^4.$$

Dans le résultat final, la somme des mantisses est arrondie à trois décimales.

EXEMPLE 2.1.9

Effectuer la somme $(2{,}435 \times 10^4) + (2{,}264 \times 10^3)$ en utilisant les propriétés des exposants.

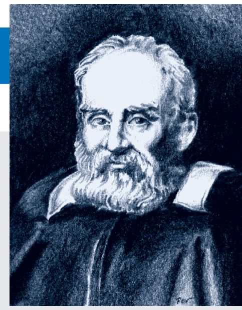
■ *Solution*

$$\begin{aligned}(2{,}435 \times 10^4) + (2{,}264 \times 10^3) &= (2{,}435 \times 10^4) + (0{,}2264 \times 10^4)\\ &= (2{,}435 + 0{,}2264) \times 10^4\\ &= 2{,}661 \times 10^4.\end{aligned}$$

Un peu d'histoire

GALILÉE

1564-1642



Galilée naquit à Pise en 1564. Il fut professeur de mathématiques à l'université de Pise en 1589, puis à Padoue, l'université de la république de Venise, en 1592. Sa tâche dans cette dernière université était d'enseigner la géométrie euclidienne et l'astronomie géocentrique aux étudiants en médecine. À l'époque, l'astrologie faisait partie des méthodes de diagnostic et de traitement. Galilée fut nommé mathématicien de la cour à Florence en 1610. Il étudia la chute des corps à l'aide de plans inclinés pour ralentir le mouvement afin de mieux l'observer. Il formula les lois du mouvement accéléré en fonction du temps (Galilée-Chute).

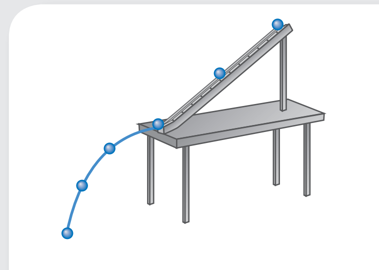
À l'été 1609, il entend parler d'une lunette construite par un hollandais et il construit alors une série de télescopes avec lesquels il observa la Lune et les étoiles. Il fit plusieurs découvertes en astronomie, dont quatre des lunes de Jupiter et les phases de Vénus. (Galilée-Observations). Il fit beaucoup pour répandre les idées de Copernic, ce qui le fit accuser d'hérésie par le pape en 1633. Il mourut en 1642 dans sa villa d'Arcetri, où il avait été assigné à résidence.

Par ses travaux sur le mouvement, Galilée est à l'origine de la démarche scientifique moderne et de la notion de fonction. Ses réflexions l'amenèrent à penser que la seule démarche pouvant être couronnée de succès en sciences est d'établir des relations numériques entre les variables d'un phénomène physique.

Les travaux de Galilée sur le mouvement visaient surtout à répondre aux objections à l'héliocentrisme. En tentant de rejeter l'une de ces objections Galilée mit au point une expérience dans laquelle il employa, pour la première fois dans l'histoire, la notion de calcul d'erreur. L'objection à laquelle Galilée voulait répondre portait sur le « mouvement diurne » de la Terre. Selon les opposants, si la Terre est en rotation sur elle-même, une pierre qu'on laisse tomber du haut d'une tour devrait toucher le sol à une certaine distance du pied de la tour puisse que celle-ci est entraînée par la rotation de la Terre (Galilée-Composition).

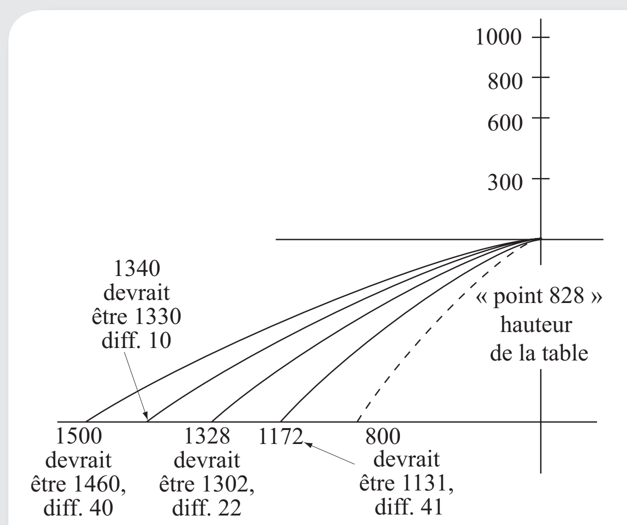
Une des réponses de Galilée à cette objection est que la pierre est animée du même mouvement que la Terre lorsqu'elle amorce sa chute et que les deux mouvements se composent. Le physicien réalisa entre autres l'expérience suivante sur la composition des mouvements. Le montage consiste en un plan incliné installé sur une table. On fait rouler une bille sur ce plan en contrôlant la hauteur à laquelle la bille amorce sa descente. Le plan incliné est muni d'un déflecteur pour que le mouvement de la bille soit horizontal en quittant le bord de la table.

Par cette expérience, Galilée voulait montrer que si on laisse tomber un corps déjà animé d'un mouvement horizontal, le corps ne tombe pas verticalement au sol mais suit une trajectoire parabolique. Ce qui réfutait l'objection de la pierre qu'on laisse tomber du haut d'une tour.



La vitesse de la bille en quittant le bord de la table dépend de la hauteur à laquelle celle-ci amorce sa descente. Galilée put mesurer à quelle distance de la table la bille touche le sol et vérifier si cette distance est conforme à son hypothèse de la composition des mouvements et de la trajectoire parabolique (Galilée-Trajectoire).

La figure suivante est une reproduction de la page de notes prises au cours de l'expérience. Galilée représente sur une verticale les hauteurs de départ de la bille. Il indique également la distance des points de chute observés et la distance espérée ainsi que la différence entre les deux valeurs.



C'était la première fois dans l'histoire qu'on rédigeait un tel rapport d'expérience. Les notes indiquent que Galilée voulait comparer les résultats expérimentaux et les valeurs prédites par un modèle et qu'il a calculé les différences entre ces valeurs. C'est le début du calcul d'erreur en recherche scientifique.

Notes et vidéos historiques disponibles gratuitement à :

http://www.prodafor.com

2.2 Exercices

1. Quel est le nombre de chiffres significatifs des nombres suivants ?

   a) 0,147 c) 175,20 e) 2,275
   b) 2,57 d) 5 240 f) 70,003

2. Arrondir les nombres suivants à deux décimales et indiquer le nombre de chiffres significatifs.

   a) 0,073 85 c) 813,515 e) 51,389
   b) 5,2735 d) 0,000 195 f) 2,0372

3. Arrondir les nombres suivants à quatre chiffres significatifs.

   a) 253,57 c) 353,7005 e) 532,75
   b) 54,382 d) 357,289 f) 0,123 67

4. Effectuer les opérations suivantes en tenant compte du fait que les nombres comportant une partie décimale ont été préalablement arrondis, les autres sont exacts.

   a) $275{,}3 + 3{,}754$ e) $284{,}3 \div 53{,}12$
   b) $45{,}72 - 32{,}24$ f) $26{,}55 \div 8$
   c) $33{,}12 \times 7{,}21$ g) $51{,}33 \div 3$
   d) $125{,}4 \times 0{,}032$ h) $335{,}27 \div 9{,}4$

5. En mesurant le côté d'un carré, on obtient 15,4 cm. Calculer l'aire de ce carré.

6. En mesurant le diamètre d'un cercle, on obtient 62,3 cm. Calculer l'aire de ce cercle.

7. On évalue le diamètre d'une sphère à 67 cm. Évaluer le volume ($V = 4\pi r^3/3$) de cette sphère.

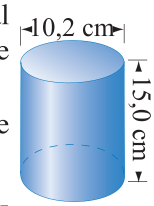
8. Effectuer les opérations suivantes en respectant les règles régissant les opérations sur des nombres arrondis.

   a) $128{,}5 + 57{,}38$ d) $22{,}57 \times 15{,}3$
   b) $342{,}6 - 287{,}26$ e) $28{,}534 \times 22{,}7$
   c) $26{,}2 + 38{,}27 + 15{,}347$ f) $543{,}2 \div 18{,}2$

9. Effectuer les opérations suivantes en respectant les règles régissant les opérations sur des nombres arrondis.

   a) $(38{,}2 + 17{,}43) \times 15{,}1$
   b) $(72{,}3 - 87{,}26) \times 17{,}2$
   c) $(26{,}2 \times 18{,}4) + 25{,}3$
   d) $(17{,}23 \times 8{,}12) + 18{,}4$
   e) $(1{,}534 \times 2{,}73) + (2{,}216 \times 1{,}65)$
   f) $(0{,}323 \times 1{,}24) + (3{,}512 \times 1{,}78)$
   g) $(2{,}432 \times 2{,}73) \div (2{,}216 + 1{,}65)$
   h) $(5{,}726 - 4{,}57) \div (1{,}2034 + 2{,}34)$

10. Le volume d'un cylindre droit est égal au produit de sa hauteur par l'aire de sa base.



   a) Calculer le volume du cylindre illustré ci-contre.
   b) On désire fabriquer des boîtes rectangulaires pouvant contenir 12 de ces cylindres sur trois rangées. Quel doit être le volume intérieur de ces boîtes?
   c) Quel doit être le volume extérieur de ces boîtes, sans compter le couvercle, sachant que le matériau utilisé a une épaisseur de 1,2 cm ?

11. Écrire les nombres suivants en notation scientifique.

   a) 386 400 c) 0,000 25
   b) 56 300 000 d) 0,000 003 45

12. Exprimer les nombres suivants sous la forme conventionnelle.

   a) $1{,}23 \times 10^6$ c) $7{,}35 \times 10^4$
   b) $3{,}14 \times 10^{-3}$ d) $8{,}92 \times 10^{-6}$

13. Appliquer les règles d'utilisation des exposants pour effectuer les opérations suivantes :

   a) $3{,}23 \times 10^6 \times 2{,}56 \times 10^{-4}$
   b) $3{,}23 \times 10^3 \div 1{,}26 \times 10^2$
   c) $7{,}22 \times 10^3 \div 3{,}54 \times 10^{-2}$
   d) $7{,}07 \times 10^6 + 3{,}27 \times 10^5$
   e) $4{,}18 \times 10^{-3} + 7{,}56 \times 10^{-2}$
   f) $4{,}27 \times 10^{-1} - 6{,}35 \times 10^{-2}$

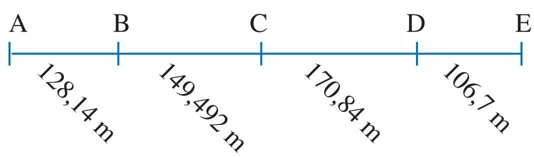
14. Écrire les grandeurs suivantes en notation de l'ingénieur.

   a) 27 000 000 Hz d) 1800 W
   b) 53 000 Ω e) 225 000 V
   c) 0,000 000 000 28 F f) 152 000 000 mm

15. Écrire les grandeurs suivantes en unités de base.

a) 34 ms	d) 456 kV	g) 24,6 mA
b) 48 mm	e) 235 km	h) 27 μF
c) 2,34 kW	f) 233 pF	

16. On a relevé quatre mesures pour déterminer la longueur du segment AE. Calculer cette longueur.



17. Dans chaque cas, expliquer en vos propres mots ce que signifie l'expression donnée.
   a) $r = 215{,}8 \pm 0{,}1$
   b) $V = 47{,}55 \pm 0{,}05$

18. Dans chaque cas, les mesures données comportent une incertitude absolue. Exprimer ces mesures avec une incertitude relative.

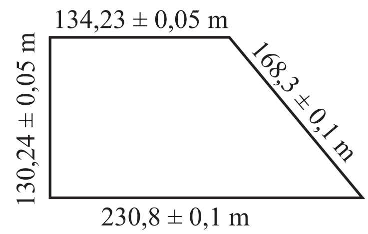
a) $18{,}75 \pm 0{,}05$	c) $315{,}55 \pm 0{,}05$
b) $213{,}5 \pm 0{,}5$	d) $24{,}5 \pm 0{,}5$

19. Dans chaque cas, indiquer laquelle des deux grandeurs a et b a la plus grande précision (il faut comparer les incertitudes relatives).
   a) $a = 137{,}5 \pm 0{,}5$ et $b = 11{,}4 \pm 0{,}1$
   b) $a = 28{,}4 \pm 0{,}4$ et $b = 32{,}5 \pm 0{,}5$
   c) $a = 3{,}04 \pm 0{,}01$ et $b = 94{,}5 \pm 0{,}4$
   d) $a = 21{,}2 \pm 0{,}02$ et $b = 424{,}5 \pm 0{,}4$

20. Dans chaque cas, effectuer l'opération et déterminer les incertitudes absolue et relative sur le résultat, puis écrire l'intervalle de valeurs à l'intérieur duquel se situe le résultat.
   a) $43{,}12 \pm 0{,}5\times10^{-1} + 15{,}8 \pm 0{,}5$
   b) $43{,}12 \pm 0{,}5\times10^{-1} - 15{,}8 \pm 0{,}5$
   c) $54{,}1 \pm 0{,}5 + 27{,}3 \pm 0{,}5$
   d) $54{,}1 \pm 0{,}5 - 27{,}3 \pm 0{,}5$
   e) $36{,}1 \pm 0{,}2 + 28{,}22 \pm 0{,}1\times10^{-1}$
   f) $36{,}1 \pm 0{,}2 - 28{,}22 \pm 0{,}1\times10^{-1}$

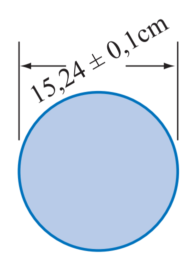
21. Dans chaque cas, effectuer l'opération et déterminer les incertitudes absolue et relative sur le résultat, puis écrire l'intervalle de valeurs à l'intérieur duquel se situe le résultat.
   a) $(28{,}3 \pm 0{,}5\times10^{-1}) \times 4$
   b) $(28{,}3 \pm 0{,}5\times10^{-1}) \div 4$
   c) $(2\,000 \pm 1) \times 2$
   d) $(2\,000 \pm 1) \div 5$
   e) $(32{,}7 \pm 0{,}04) \times (2{,}4 \pm 0{,}03)$
   f) $(32{,}7 \pm 0{,}04) \div (2{,}4 \pm 0{,}03)$
   g) $(3{,}6 \pm 0{,}1) \times (8{,}4 \pm 0{,}3)$
   h) $(3{,}6 \pm 0{,}1) \div (8{,}4 \pm 0{,}3)$
   i) $(252{,}4 \pm 0{,}5\times10^{-1}) \times (28{,}96 \pm 0{,}5\times10^{-2})$
   j) $(252{,}4 \pm 0{,}5\times10^{-1}) \div (28{,}96 \pm 0{,}5\times10^{-2})$
   k) $(18{,}7 \pm 0{,}4)^3$

22. Deux employés de la municipalité ont mesuré chacun deux côtés d'un terrain trapézoïdal pour y aménager un parc. Les mesures ont été reproduites sur le croquis suivant.



En effectuant le calcul de l'incertitude absolue et de l'incertitude relative :
   a) Calculer la longueur de treillis nécessaire pour clôturer ce terrain.
   b) Calculer l'aire du terrain.

23. Le diamètre d'un piston est de $15{,}24 \pm 0{,}1$ cm.



Déterminer l'aire du piston en effectuant le calcul de l'incertitude absolue et de l'incertitude relative.

2.3 Grandeurs et rapports

La mesure d'une grandeur physique s'obtient par comparaison avec une autre grandeur. Voici quelques façons de procéder :

- comparer la grandeur physique à un étalon (longueur, aire, volume);
- comparer la grandeur physique à l'inverse d'un étalon (conductance, admittance);
- déterminer le rapport d'une grandeur physique à une autre grandeur physique (masse volumique, concentration molaire massique);
- comparer la grandeur physique au logarithme d'un étalon (échelle de Richter, décibels);
- comparer le logarithme de la grandeur physique à un étalon (intensité sonore, échelle de Richter);

Rapport, proportion et taux

Proportion01

Rapport et proportion

Le quotient de deux grandeurs a/b est appelé **rapport** de a à b. Un rapport est une expression fractionnaire dont la valeur peut être exprimée en décimale.

La fraction inverse d'un rapport est appelée **rapport inverse**. Ainsi, b/a est le rapport inverse du rapport a/b.

Une **proportion** est une égalité de deux rapports.

REMARQUE
On donne parfois les termes en les énumérant dans l'ordre, soit

a; b; c ; d.

Pour effectuer les calculs on doit utiliser les rapports comme dans le texte ci-contre.

Ainsi,

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

est une proportion. Une proportion est composée de quatre termes. Les termes occupant les positions a et d sont appelés **extrêmes** et les termes occupant les positions b et c, **moyens**. Si $b = c$, ce terme est dit **moyen proportionnel** entre a et d.

Proportion02

Taux et pourcentage

Un **taux** désigne le rapport de deux grandeurs de natures différentes. On le dit **unitaire** lorsque la deuxième grandeur est égale à l'unité.

Un **pourcentage** est un rapport dont le dénominateur est 100.

THÉORÈME

Produit des extrêmes et produit des moyens

Dans toute proportion, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens. Symboliquement, pour tout a, b, c et d non nuls,

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \text{ si et seulement si } ad = bc.$$

On peut facilement démontrer cette propriété en multipliant les deux membres du rapport $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ par bd et en simplifiant l'expression obtenue.

Règle de trois

L'expression **règle de trois** désigne une technique de résolution de problèmes servant à déterminer le terme inconnu d'une proportion dont trois éléments sont donnés.

PROCÉDURE

Résolution d'un problème de proportionnalité

1. Identifier l'inconnue du problème et la représenter par une lettre.
2. S'assurer que les données forment une proportion.
3. Établir les rapports de cette proportion et résoudre l'équation.
4. Interpréter correctement le résultat dans le contexte du problème en tenant compte des unités.

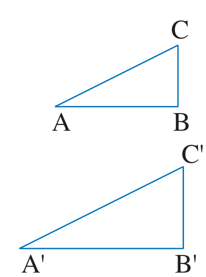
On rencontre beaucoup de situations où il existe entre les variables un lien de proportionnalité auquel on peut appliquer une règle de trois. Cependant, il faut s'assurer que cette règle est effectivement applicable au problème à résoudre.

Proportion03

Rapports et proportions en géométrie

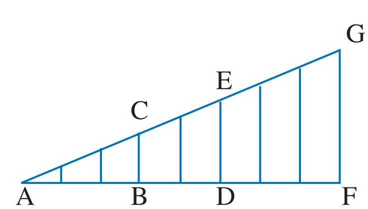
En géométrie plane, l'étude des triangles semblables fournit de beaux cas de proportionnalité. En effet, les longueurs homologues de figures semblables sont proportionnelles. Ainsi, dans les triangles semblables, les côtés homologues sont proportionnels. Par exemple, dans les triangles représentés ci-contre, on a :

$$\frac{m\overline{BC}}{m\overline{AC}} = \frac{m\overline{B'C'}}{m\overline{A'C'}}.$$



Triangles semblables

La proportionnalité des côtés homologues de figures semblables permet de déterminer la longueur de côtés inconnus. Les triangles semblables fournissent une image mentale de la proportionnalité. La figure ci-contre est le plan en coupe d'une rampe d'accès. Les supports de cette rampe forment avec le plan incliné et l'horizontale des triangles semblables. Dans ces triangles, le rapport de la hauteur sur la base est constant. Ce qui s'exprime mathématiquement sous forme d'une égalité de rapports :

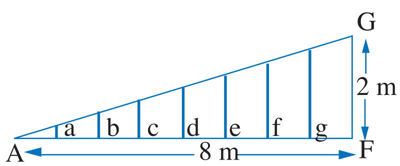


$$\frac{\text{Longueur du support } \overline{BC}}{\text{Distance } \overline{BA}} = \frac{\text{Longueur du support } \overline{DE}}{\text{Distance } \overline{DA}}$$
$$= \frac{\text{Longueur du support } \overline{FG}}{\text{Distance } \overline{FA}}$$

Cette suite d'égalités indique que le rapport de la longueur d'un support à sa distance au pied de la rampe est constant. En d'autres mots, la **longueur d'un support est proportionnelle à sa distance au pied de la rampe**. Le rapport est appelé **pente** de la rampe. Cette propriété permet de trouver la longueur de chaque support, si on connaît sa distance au pied de la rampe.

EXEMPLE 2.3.1

La figure représentée ci-contre est le plan d'une rampe d'accès pour fauteuils roulants. Déterminer la longueur des supports sachant que la distance entre deux supports est de 1 m.



REMARQUE
Les grandeurs données dans un plan sont considérées comme des valeurs exactes.

Solution

Comme il s'agit d'un plan, on peut considérer les longueurs comme des valeurs exactes. Le rapport entre la longueur d'un support et sa distance au pied de la rampe est

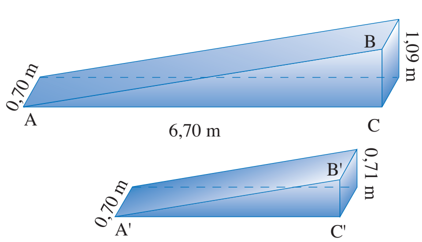
$$\frac{m\overline{FG}}{m\overline{FA}} = \frac{2}{8} = 0{,}25 \ \text{m/m}.$$

On peut déterminer la longueur de chaque support à l'aide du rapport de longueur des supports et des distances au pied de la rampe des supports. En effectuant le produit, on obtient :

m a = 0,25 m
m b = 0,50 m
m c = 0,75 m
m d = 1,00 m
m e = 1,25 m
m f = 1,50 m
m g = 1,75 m

EXEMPLE 2.3.2

On a mesuré les dimensions de la rampe d'accès pour fauteuils roulants dont l'esquisse est donnée ci-contre. On désire modifier le plan, tout en conservant les mêmes proportions et la même largeur de manière à permettre l'accès à une galerie qui est à 0,71 m du sol. Déterminer la longueur au sol de la nouvelle rampe d'accès.



Solution

Puisqu'il s'agit de mesures, on doit respecter les règles de présentation des résultats d'opérations. Pour conserver les mêmes proportions, les triangles ABC et A'B'C' doivent être semblables. On désire calculer la longueur de A'C' sachant que celle de B'C' est de 0,71 m. On établit un rapport entre deux côtés des triangles

$$\frac{m\overline{A'C'}}{m\overline{B'C'}} = \frac{m\overline{AC}}{m\overline{BC}}, \text{ donc } \frac{m\overline{A'C'}}{0{,}71 \text{ m}} = \frac{6{,}70 \text{ m}}{1{,}09 \text{ m}}.$$

Puisqu'on doit effectuer une multiplication et une division, on applique la règle du produit et on retient $m\overline{A'C'} = 4{,}36$ m.

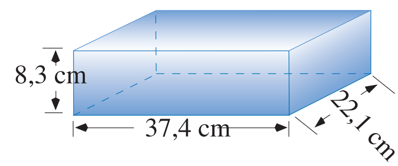
Grandeurs et proportions en physique

Masse volumique

La **masse volumique** d'un corps est le rapport de sa masse sur son volume. L'unité de masse volumique est le kilogramme par mètre cube (kg/m^3).

EXEMPLE 2.3.3

Estimer la masse volumique du métal constituant le lingot dont les dimensions sont données ci-contre, sachant que la masse de ce lingot est de 17,5 kg.



■ *Solution*

La masse volumique étant le rapport de la masse sur le volume, on doit d'abord calculer le volume du lingot en mètres cubes

$$V = 0{,}083 \times 0{,}221 \times 0{,}374 = 0{,}006\ 860\ 282\ \text{m}^3.$$

Le rapport de la masse sur le volume est donc

$$\frac{M}{V} = \frac{17{,}5\ \text{kg}}{0{,}006\ 860\ 282\ \text{m}^3} = 2\ 550{,}9155\ \text{kg/m}^3.$$

On conserve la valeur 2 600 kg/m^3.

Densité relative

La **densité relative** d'un corps est le rapport de la masse volumique de ce corps sur la masse volumique de l'eau.

REMARQUE

Certains rapports n'ont pas d'unités, ce sont des nombres purs. C'est le cas, par exemple, de la densité relative.

EXEMPLE 2.3.4

Déterminer la densité relative du métal constituant le lingot de l'exemple 2.3.3, sachant que la masse volumique de l'eau est de 1 000 kg/m^3. En vous servant du tableau présenté ci-contre, identifier le métal dont est fait ce lingot.

Masse volumique et densité relative

	Masse volumique (km/m^3)	Densité relative
Aluminium	2 700	2,70
Cuivre	8 920	8,92
Fer	7 860	7,86
Plomb	11 300	11,30
Argent	10 500	10,50
Liège	240	0,24
Verre	2 500	2,50
Eau	1 000	1,00
Mercure	13 600	13,60

■ *Solution*

La densité d'une substance étant le rapport de la masse volumique de cette substance sur la masse volumique de l'eau, la densité recherchée est

$$d = \frac{2\ 600\ \text{kg/m}^3}{1\ 000\ \text{kg/m}^3} = 2{,}6.$$

Chaque matériau se caractérise par sa masse volumique et sa densité relative. Le tableau présenté ci-contre contient la masse volumique et la densité de différentes substances. En comparant la densité relative calculée ci-dessus aux densités consignées dans le tableau, on est porté à conclure que le lingot est fait d'aluminium.

REMARQUE
En SI (système international), on préfère éviter les unités composées et l'unité utilisée pour décrire le travail est le joule (J) où 1 J = 1 N·m.

Travail

Travail

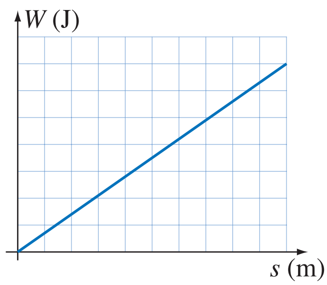
Le **travail** fait par une force dont le point d'application se déplace dans la direction de la force est égal au produit de la force par le déplacement.

Travail $W = Fs$

Le lien entre les grandeurs est

$$W = Fs$$

où W est le travail en joules (J), F est la force en newtons (N) et s est la distance en mètres (m).



Travail effectué par une force constante de même sens que le déplacement en fonction du déplacement

Il est à noter que le travail effectué par une force est directement proportionnel au déplacement de celle-ci, à condition bien sûr que l'intensité et la direction de la force soient constantes. La représentation graphique du travail en fonction du déplacement d'une force constante qui s'applique dans le sens du déplacement donne une droite passant par l'origine. La constante de proportionnalité est l'intensité de la force.

EXEMPLE 2.3.5

Calculer le travail effectué par une force de 1 563,2 N sur une distance de 12,5 m dans la direction de la force. Exprimer le tout en notation de l'ingénieur et en respectant les règles de présentation des résultats d'opérations sur des nombres arrondis.

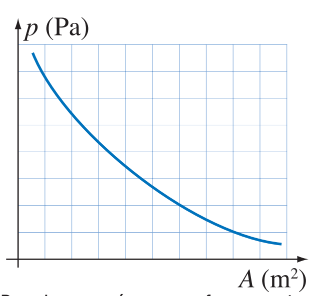
Solution

Le travail effectué est le produit de la force et de la distance de déplacement de cette force, soit:

$$W = Fs = 1\,563{,}2 \text{ N} \times 12{,}5 \text{ m} = 19\,500 \text{ N·m} = 19\,500 \text{ J} = 19{,}5 \text{ kJ}.$$

Force due à l'attraction terrestre

Deux masses exercent l'une sur l'autre une force d'attraction. La force exercée par la Terre sur une masse d'un kilogramme est de 9,8 N au niveau de la mer.



Pression exercée par une force constante en fonction de l'aire de la surface de contact

Pression

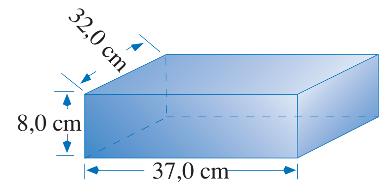
La **pression** est la force exercée par unité d'aire. Elle se mesure en pascals (Pa) et est définie par l'égalité

$$p = \frac{F}{A}.$$

La relation entre les unités est 1 N/m^2 = 1 Pa. Pour déterminer la pression, il faut donc diviser la force exercée par l'aire de la surface de contact.

EXEMPLE 2.3.6

Le lingot illustré ci-contre est déposé sur une table. Estimer la force et la pression exercée sur la table, sachant que la masse du lingot est de 17,5 kg.



Solution

La force exercée est

$$F = 9{,}8 \text{ N/kg} \times 17{,}5 \text{ kg} = 171{,}5 \text{ N}.$$

La pression exercée étant le rapport de la force exercée sur l'aire de la surface de contact, il faut calculer l'aire de la base du lingot en mètres carrés :

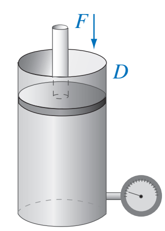
$$A = 0{,}37 \text{ m} \times 0{,}32 \text{ m} = 0{,}1184 \text{ m}^2.$$

La pression exercée est donc

$$p = \frac{F}{A} = \frac{171{,}5 \text{ N}}{0{,}1184 \text{ m}^2} = 1\,448{,}47... \text{ Pa} \approx 1{,}45 \text{ kPa}.$$

EXEMPLE 2.3.7

On estime le rayon d'un piston à 12,0 cm. Calculer la pression exercée sur le liquide si on applique une force de 340 N sur le piston.



Piston et manomètre

Solution

Il faut d'abord calculer l'aire de la surface de contact, soit l'aire d'un cercle dont le rayon est de 12 cm ou 0,12 m. L'aire est donc :

$$A = \pi \times 0{,}12^2 = 0{,}045\ 238... \text{ m}^2.$$

La pression étant le rapport de la force sur l'aire de la surface de contact, on a

$$p = \frac{F}{A} = \frac{340 \text{ N}}{0{,}045\ 239 \text{ m}^2} = 7\ 515{,}63... \text{ Pa} \approx 7{,}52 \text{ kPa}.$$

Un peu *d'histoire*

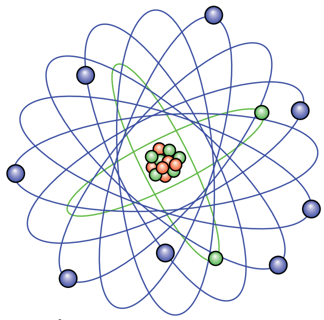
JAMES PRESCOTT JOULE

1818-1899

James Prescott Joule, fils d'un brasseur, fut d'abord éduqué à domicile et, à l'âge de 16 ans, il fut envoyé, avec son frère aîné, étudier aux côtés de John Dalton à la Manchester Literary and Philosophical Society. Ils étudièrent la géométrie et l'arithmétique avec Dalton jusqu'à la retraite de celui-ci deux ans plus tard, en raison d'un AVC. L'influence de Dalton et de ses collaborateurs fut décisive, Joule fut alors fasciné par l'électricité et il étudia la chaleur dégagée par les courants électriques dans les conducteurs et détermina l'équivalent mécanique de la calorie.

De 1843 à 1850, il réalisa des expériences pour transformer le travail en chaleur, ce qui lui permit de mettre en évidence la proportionnalité entre le dégagement de chaleur et le travail fourni et de déterminer l'équivalent mécanique de la calorie. Il a démontré que l'énergie calorifique W dégagée par un courant dans un conducteur est donnée par $W = RI^2t$ où R est la résistance du conducteur, I est l'intensité du courant et t est la durée du passage du courant dans le conducteur. Il a laissé son nom à l'unité de travail et d'énergie: le joule.

Représentation d'un atome à deux couches d'électrons

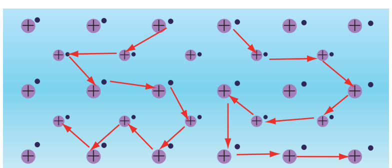


Électron de la première couche

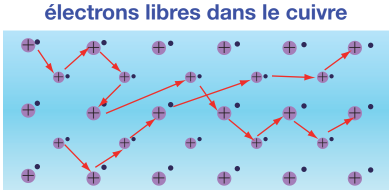
Électron de la deuxièmecouche

Représentation imagée et agrandie du déplacement aléatoire de deux électrons libres dans le cuivre

• Électrons libres ⊕ Ions de cuivre



Représentation imagée et agrandie du déplacement forcé de deux électrons libres dans le cuivre



Grandeurs et proportions en électricité

Dans les métaux, les atomes contiennent des électrons qui sont disposés par couches superposées. La première couche ne peut contenir que deux électrons, la deuxième peut en contenir huit et la troisième dix-huit, pour un total de 28 électrons. Dans l'atome de cuivre, il y a vingt-neuf électrons et le dernier est seul sur une quatrième couche. Il est retenu par une attraction plus faible que les autres, ce qui lui permet de se déplacer d'un atome à l'autre dans le métal. On dit que c'est un **électron libre**. Les déplacements d'un électron libre se font aléatoirement dans toutes les directions à l'intérieur du métal. L'atome qui perd un électron devient un **ion positif** car la charge positive des protons est alors supérieure à la charge négative des électrons. Les déplacements aléatoires sont aussi nombreux dans une direction que dans l'autre et globalement les déplacements s'équilibrent. La première figure ci-contre illustre un déplacement aléatoire d'électrons. Chaque atome de cuivre a un électron libre et chaque électron libre se déplace dans une direction qui lui est propre pour se jumeler à un ion positif, indépendamment des autres électrons libres.Il est possible de forcer les électrons libres à se déplacer dans une direction donnée à l'intérieur du métal. Ce déplacement forcé d'électrons est un **courant électrique**.

Le physicien français Marcel Boll (1886-1971) a comparé le comportement des électrons libres à celui d'un grand nombre de fourmis sur une courroie de transmission observés par rapport à un point de référence fixe. Lorsque la courroie est au repos, les fourmis se déplacent de tous les côtés à leur vitesse propre. Il en est de même pour les électrons dans un fil de cuivre lorsqu'il n'y a pas de courant. Lorsque la courroie est en mouvement, les fourmis continuent de se déplacer dans toutes les directions, mais elles sont entraînées par la courroie. Pour un observateur fixe, les fourmis semblent se déplacer dans un même sens. Lorsqu'il y a un courant dans un fil de cuivre les électrons se déplacent de façon désordonnée, mais ils sont entraînés à une vitesse qui se superpose à leur déplacement individuel.

La charge des électrons, identique pour chaque électron, a été mesurée en 1913 par Millikan (Robert Andrews). Elle est représentée par la lettre Q et le coulomb (C) est l'unité SI pour la charge électrique. Le coulomb représente la valeur de la charge électrique de $6{,}242 \times 10^{18}$ électrons.

Un peu *d'histoire*

ROBERT ANDREWS MILLIKAN

1868-1953

Le physicien américain Robert Andrews Millikan a mesuré la charge de l'électron en 1913 lors d'une expérience consistant à déterminer le champ électrique vertical nécessaire pour immobiliser une gouttelette d'huile dans un champ ionisé. Dans son dispositif, des gouttelettes d'huile en suspension dans une chambre à brouillard montaient et descendaient selon

qu'elles obéissaient à la pesanteur ou à l'impulsion d'un champ magnétique. Ces gouttelettes étaient observées grâce à un appareil optique spécial. De temps à autre, une gouttelette changeait brutalement de vitesse, signe qu'elle avait capturé un électron. Connaissant la masse de la gouttelette et l'intensité du voltage, il devenait possible de calculer la charge de l'électron.

EXEMPLE 2.3.8

Sachant que la charge électrique de $6{,}242 \times 10^{18}$ électrons est de 1 coulomb, trouver la charge électrique d'un électron.

■ *Solution*

La charge électrique de $6{,}242 \times 10^{18}$ électrons est de 1 coulomb, la charge d'un électron est alors

$$Q = \frac{1}{6{,}242 \times 10^{18}} = \frac{1}{6{,}242} \times \frac{1}{10^{18}} = 0{,}160\ 205\ \ldots \times 10^{-18}$$

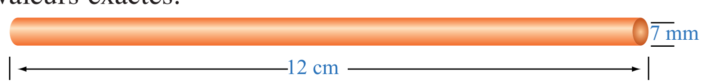
$$= 1{,}60\ 21 \times 10^{-19} \text{ coulomb par électron.}$$

On a donc une charge de $1{,}602 \times 10^{-19}$ coulomb par électron. La charge d'un nombre donné d'électrons est obtenue en multipliant la charge par électron et le nombre d'électrons.

REMARQUE
Un matériau est bon conducteur, s'il possède plusieurs électrons libres. C'est le cas du cuivre qui contient $8{,}54 \times 10^{28}$ électrons libres dans un mètre cube.

EXEMPLE 2.3.9

Sachant qu'un mètre cube de cuivre contient $8{,}54 \times 10^{28}$ électrons libres, déterminer la charge d'un fil de cuivre de 7 mm de diamètre et de 12 cm de longueur en considérant que les dimensions du fil sont des valeurs exactes.



■ *Solution*

Pour connaître la charge, il faut trouver le nombre d'électrons libres puisque chaque électron a la même charge. Pour déterminer le nombre d'électrons libres de ce fil de cuivre, il faut trouver son volume en mètres cubes. Le volume d'un solide régulier est l'aire de la base multipliée par la hauteur. Ce fil de cuivre est de forme cylindrique, la base du cylindre est un cercle de 7 mm de diamètre et sa hauteur est de 12 cm. L'aire de la base est donc l'aire du cercle dont le rayon est de 0,0035 m. Cette aire est

$$A = \pi\,(0{,}0035 \text{ m})^2 = 0{,}000\,038\,484\ldots \text{ m}^2.$$

Le volume est donc

$$V = 0{,}12 \text{ m} \times 0{,}000\,038\,484\ldots \text{ m}^2$$
$$= 0{,}00\,000\,461\,8\ldots \text{ m}^3 = 4{,}618\ldots \times 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Puisqu'il y a $N = 8{,}54 \times 10^{28}$ électrons libres dans un mètre cube de cuivre, le nombre d'électrons libres dans le fil est

$$VN = 4{,}618\ldots \times 10^{-6} \text{ m}^3 \times 8{,}54 \times 10^{28} \text{ électrons/m}^3$$
$$= 3{,}9437\ldots \times 10^{23} \text{ électrons.}$$

En multipliant le nombre d'électrons par la charge d'un électron, on a alors

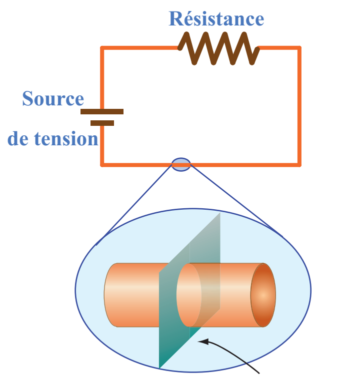
$$Q = 3{,}9437\ldots \times 10^{23} \text{ électrons.} \times 1{,}602 \times 10^{-19} \text{ C/électron}$$
$$= 6{,}32 \times 10^{4} \text{ C.}$$

La charge est donc de $6{,}32 \times 10^4$ coulombs.

REMARQUE
Puisque les dimensions du fil sont exactes, on arrondit après avoir complété les calculs en tenant compte du nombre de chiffres significatifs du nombre d'électrons libres par mètre cube de cuivre ($8{,}54 \times 10^{28}$). On notera que la charge de cet exercice n'est pas en déplacement et ne constitue pas un courant.

Mesure de l'intensité du courant

Considérons le schéma ci-contre comportant un fort grossissement d'une partie d'un circuit et illustrant le concept d'un plan de coupe. On sait que normalement, les électrons se déplacent aléatoirement dans le conducteur. C'est donc dire que, pour un intervalle de temps donné, il y a autant d'électrons traversant le plan de coupe dans un sens que dans l'autre. Pour qu'il y ait un courant dans le circuit, il faut que le nombre d'électrons traversant le plan dans un sens soit supérieur au nombre d'électrons traversant le plan dans l'autre sens. En pratique, on considère que le plan de coupe est un point du circuit. Le courant est alors le flux net d'électrons porteurs de charge passant par un point du circuit par unité de temps.



L'intensité du courant est la quantité d'électrons traversant une coupe du conducteur par unité de temps multipliée par la charge de l'électron.

Courant électrique

Le **courant électrique** est un flux net de porteurs de charge électrique traversant un point (ou plan de coupe) du circuit pendant un intervalle de temps donné.

La mesure de l'intensité du courant est la quantité de charge traversant un point du circuit par unité de temps, soit le produit du nombre d'électrons par unité de temps et de la charge par électron. L'unité de temps en SI est la seconde (s). Le courant pourrait alors être mesuré en coulombs par seconde. Cependant en SI, on évite d'utiliser des termes composés pour les unités fondamentales et on préfère adopter des unités spéciales. L'ampère est l'unité spéciale utilisée pour l'intensité du courant électrique. Cette unité a été choisie pour rendre hommage à un pionnier du domaine de l'électricité, le physicien français André-Marie Ampère.

Mesure de l'intensité du courant

La mesure de l'**intensité du courant** est le rapport de la charge par unité de temps, soit

$$I = \frac{Q}{t},$$

où I représente le courant en ampères (A), Q la charge électrique en coulombs (C) et t le temps en secondes (s).

EXEMPLE 2.3.10

Dans les cas suivants, calculer l'intensité du courant dans l'unité indiquée.

a) Le courant en ampères dans un circuit sachant qu'une charge de 84 C traverse une coupe du circuit en une demi-minute.

b) Le courant en milliampères dans un conducteur sachant que le flux d'électrons est de $2{,}45 \times 10^{17}$ électrons par seconde.

Solution

a) En substituant les données dans l'équation établissant la relation entre le courant, la charge et le temps, on obtient

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{84\ \text{C}}{30\ \text{s}} = 2{,}8\ \text{C/s} = 2{,}8\ \text{A}.$$

Le courant est donc de 2,8 A.

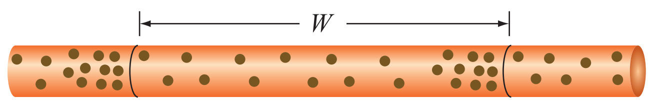
b) On détermine la charge en déplacement en multipliant le nombre d'électrons par seconde par la charge d'un électron, ce qui donne

$$\begin{aligned} I &= 2{,}45 \times 10^{17}\ \text{électrons/s} \times 1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{C/électron} \\ &= 3{,}9249 \times 10^{-2}\ \text{C/s} \\ &= 39{,}2 \times 10^{-3}\ \text{A} = 39{,}2\ \text{mA}. \end{aligned}$$

On arrondit à trois chiffres significatifs puisque le flux est donné à trois chiffres significatifs.

Tension

Le déplacement des charges électriques dans un conducteur constitue un travail qui se mesure en joules.



Le travail ainsi effectué dépend de deux grandeurs électriques, la charge déplacée et la tension causant le déplacement dont l'unité de mesure est le volt (V).

Tension

La **tension** entre deux points d'un circuit électrique est de 1 volt si l'énergie dépensée pour déplacer une charge de 1 coulomb (C) entre ces deux points est de 1 joule (J). La relation entre ces grandeurs électriques est décrite par l'équation

$$V = \frac{W}{Q},$$

où W est l'énergie en joules (J), V est la tension en volts (V) et Q est la charge en coulombs (C).

L'unité de la tension pourrait être le **joule par coulomb**, mais pour éviter cette unité composée, on utilise le volt (V). La relation entre les unités est

$$\text{V} = \frac{\text{J}}{\text{C}}.$$

EXEMPLE 2.3.11

Calculer la tension aux bornes d'un conducteur à l'aide de l'information donnée.

a) Une dépense de 21 J d'énergie est nécessaire pour déplacer une charge de 1,4 C entre les bornes.

b) Un courant de 0,4 A circulant dans le conducteur dégage 24 J d'énergie en 8 s.

Solution

a) La tension est le rapport de l'énergie sur la charge, on a donc

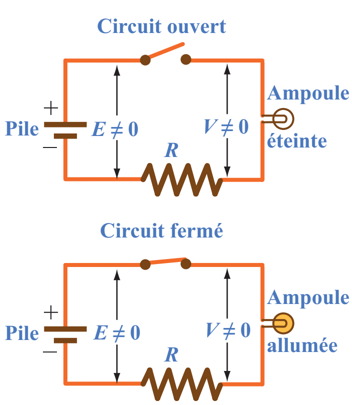
$$V = \frac{W}{Q} = \frac{21\ \text{J}}{1{,}4\ \text{C}} = 15\ \text{J/C} = 15\ \text{V}.$$

b) Puisque $I = \frac{Q}{t}$, la charge transmise durant cet intervalle de temps est donnée par

$$Q = It = 0{,}4\ \text{A} \times 8\ \text{s} = 3{,}2\ \text{A·s} = 3{,}2\ \text{C}.$$

La tension est alors

$$V = \frac{W}{Q} = \frac{24\ \text{J}}{3{,}2\ \text{C}} = 7{,}5\ \text{J/C} = 7{,}5\ \text{V}.$$



Notations

La tension V est associée à l'énergie dissipée (travail effectué) dans un circuit alors que la tension E est associée à l'énergie potentielle de la source. Considérons le circuit de la figure ci-contre, comportant un interrupteur et une pile reliée à une ampoule par un conducteur. Lorsque le circuit est ouvert (circuit du haut), la tension aux bornes de la pile est différente de 0 ($E \neq 0$) alors que la tension aux bornes de l'ampoule est nulle ($V = 0$). Cependant si on ferme le circuit (figure du bas), la tension aux bornes de la pile est toujours non-nulle ($E \neq 0$) et la tension aux bornes de l'ampoule est également non-nulle ($V \neq 0$). La tension est représentée par la lettre E dans le cas d'une tension à la source et par la lettre V pour une tension aux bornes d'une composante. Dans le cas d'une tension à la source, la relation est décrite par

$$E = \frac{W}{Q},$$

où E est la tension en volts (V), W est l'énergie en joules (J) et Q est la charge en coulombs (C).

EXEMPLE 2.3.12

Montrer qu'à partir des définitions des grandeurs physiques W, V et I, on peut déduire la relation

$$W = VIt,$$

où W est l'énergie en joules (J), V est la tension en volts (V), I est le courant en ampères (A) et t est le temps en secondes (s).

Solution

L'équation définissant la tension est $V = \frac{W}{Q}$.

En isolant W dans cette expression, on obtient

$$W = VQ.$$

De plus, l'équation définissant I est $I = \frac{Q}{t}$.

En isolant Q dans cette expression, on obtient $Q = It$.

En substituant dans l'équation $W = VQ$, on a alors

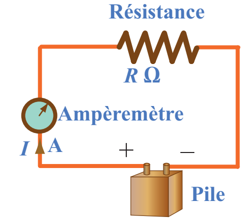
$$W = VIt.$$

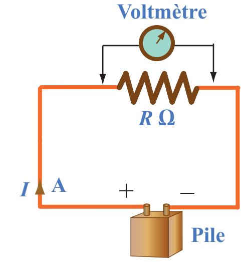
Sens du courant

Dans un conducteur métallique, les porteurs de charge sont des électrons libres qui circulent de la borne négative de la source de tension vers la borne positive. Cependant, à l'époque de Michael Faraday et de Benjamin Franklin, la structure atomique de la matière n'était pas connue. Le choix du sens du courant s'est alors fait sur la base d'observations qui laissaient croire que le courant allait de la borne positive à la borne négative. Par conséquent, toutes les lois relatives au courant ont été élaborées en considérant que le courant dans un circuit va de la borne positive à la borne négative; ce sens est appelé **sens conventionnel du courant**.

REMARQUE
Il est essentiel, pour tracer des schémas de circuit, de s'entendre sur une convention pour représenter le sens du courant et nous allons utiliser le sens conventionnel dans les schémas présentés dans ce texte.

REMARQUE
On détermine le courant en un point et la tension entre deux points, ce qui signifie que l'ampèremètre fera partie du circuit (monté en série) alors que le voltmètre est raccordé à deux points du circuit (monté en parallèle). Le voltmètre a une résistance élevée pour empêcher que le courant passe dans la branche du voltmètre. L'ampèremètre a une résistance très basse pour ne pas modifier la valeur du courant dans le circuit.





Résistance

La **résistance électrique** est la propriété qu'ont les conducteurs de laisser passer le courant plus ou moins facilement; elle est représentée par la lettre R. En 1827, Georg Simon Ohm a découvert que, dans un circuit comme le premier ci-contre, le courant est constant.

Ohm a également constaté que, si la température ne change pas, l'intensité du courant est proportionnelle à la tension appliquée. Cette constatation permet de définir la mesure de la résistance d'un conducteur métallique.

Mesure de la résistance

La **mesure de la résistance** d'un conducteur est le rapport de la tension appliquée aux bornes de ce conducteur sur le courant dans ce conducteur.

Le lien entre les grandeurs physiques impliquées est décrit par

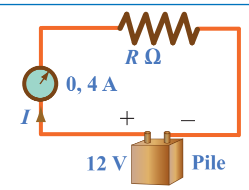
$$R = \frac{V}{I},$$

où R est la résistance en ohms (Ω), V est la tension en volts (V) et I est le courant en ampères (A).

EXEMPLE 2.3.13

On relie un conducteur à une pile de 12 V et on mesure le courant à l'aide d'un ampèremètre.

a) Sachant que l'ampèremètre indique un courant de 0,4 A, calculer la résistance du conducteur.



b) Calculer la charge ayant transité dans le circuit en 10 s.

c) Calculer l'énergie dissipée en 20 s.

Solution

a) La résistance est le rapport de la tension sur le courant, soit

$$R = \frac{V}{I} = \frac{12\ \text{V}}{0{,}4\ \text{A}} = 30\ \ \text{V}/\text{A} = 30\ \Omega.$$

b) La charge est décrite par $Q = It$, on a

$$Q = 0{,}4\ \text{A} \times 10\ \text{s} = 4\ \text{A·s} = 4\ \text{C}$$

c) La quantité d'énergie dissipée est donnée par $W = VQ$, où $Q = It$, on a donc

$$W = VQ = VIt = 12\ \text{V} \times 0{,}4\ \text{A} \times 20\ \text{s}$$
$$= 96\ \text{V·A·s} = 96\ \text{V·C} = 96\ \text{J}.$$

REMARQUE
L'unité de mesure de la résistance aurait pu être le volt par ampère (V/A), mais, pour éviter les unités composées, le ohm a été adopté comme unité.

REMARQUE
La puissance pourrait être mesurée en joules par seconde (J/s), mais on utilise plutôt le watt (W) pour les raisons déjà invoquées

Puissance

La **puissance** est la quantité de travail ou d'énergie fournie par unité de temps. On représente la puissance par P. Le lien entre les grandeurs physiques impliquées est décrit par

$$P = \frac{W}{t},$$

où P est en watts (W), W en joules et t en seconde (s).

EXEMPLE 2.3.14

Montrer qu'à partir des définitions de grandeurs physiques P, E et I, on peut déduire que

$$P = EI,$$

où P est la puissance en watts (W), V est la tension en volts (V) et I le courant en ampères (A).

REMARQUE
Si P est la puissance en watts et t le temps en secondes, l'énergie (travail) est en watts-secondes, soit en joules. Cependant, le joule est une unité trop petite pour certains calculs comme la consommation mensuelle d'électricité. L'unité SI dans ce cas devrait être le mégajoule (MJ), mais l'unité employée commercialement est le kilowattheure (kW-h).

Solution

L'équation définissant la puissance est $P = \frac{W}{t}$.

L'équation définissant la tension à la source est $E = \frac{W}{Q}$.

En isolant W dans cette équation, on a $W = EQ$.

De plus, l'équation définissant I est $I = \frac{Q}{t}$.

En substituant dans l'équation de P, on a alors

$$P = \frac{W}{t} = \frac{EQ}{t} = E\left(\frac{Q}{t}\right) = EI.$$

Un peu d'histoire

SYSTÈME DE MESURE

Avant le XVIII^{e} siècle, il n'existait aucun système de mesures unifié. Les unités de mesure différaient souvent d'un pays à l'autre, et même d'une région à l'autre à l'intérieur d'un pays. C'est en France que la diversité était la plus grande. Dans le système féodal, le seigneur avait le pouvoir de définir les unités de mesure en usage dans son domaine, ce qui a amené l'élaboration de plusieurs systèmes distincts. Le fractionnement graduel du pouvoir entre les seigneurs, les villes et les villages a accentué le problème. Plusieurs appellations venaient de la morphologie humaine : le doigt, le pied, la coudée, le pas, la brasse et la toise (longueur entre les extrémités des deux bras étendus); cependant, des mesures de même appellation représentaient souvent des grandeurs différentes d'une région à l'autre. On utilisait des mesures très peu précises comme le « journal » qui était l'étendue de terre travaillée en une journée par un paysan, le « galopin », ou la quantité de vin que l'on peut boire pendant un repas et le « picotin », soit la ration quotidienne d'avoine d'un cheval. On se doute que ces unités de mesure étaient très variables, mais ce n'était pas les seules. Ainsi, une lieue, qui était à l'origine la distance que pouvait parcourir un homme ou un cheval en une heure, valait 3, 248 km jusqu'en 1674. À partir de 1674, la lieue de Paris valait 3, 898 km. En 1737, on définit la lieue des Postes d'une valeur de 4,288 km (les facteurs marchaient plus vite), et la lieue tarifaire pour le transport des grains, qui valait 4,678 km. En favorisant la fraude, la prolifération de mesures sans facteur commun devenait de plus en plus problématique dans les activités commerciales, administratives et industrielles.

À l'époque de la révolution française, les unités de mesure était depuis longtemps un sujet de plaintes. Les représentants politiques et les scientifiques ont alors unis leurs efforts pour mettre au point un système de mesures se rapportant à un étalon universel qui pourrait, selon le rêve du marquis de Condorcet, être adopté par tous les pays. Le 16 février 1791, une commission fut formée sur une proposition du chevalier de Borda. Les membres de cette commission étaient :

Borda, Jean-Charles de, 1733-1799, mathématicien et physicien;

Condorcet, Nicolas de, 1743-1794, philosophe et mathématicien;

Laplace, Pierre-Simon de, 1749-1827, mathématicien, astronome et physicien;

Lagrange, Joseph-Louis, 1736-1813, mathématicien et astronome;

Monge, Gaspard, 1746-1818, mathématicien.

Pour éliminer l'arbitraire des unités de mesure seigneuriales et s'assurer de l'universalité de l'étalon, la commission devait fixer la longueur de l'unité en choisissant l'une des trois options suivantes : la longueur du pendule simple battant la seconde à la latitude de 45°, une fraction de la longueur du quart du cercle de l'équateur et une fraction de la longueur du quart du méridien terrestre.

Le pendule battant la seconde présentait deux inconvénients, il faisait intervenir une durée et sa longueur variait selon les points du globe. Il aurait fallu définir un facteur de correction en fonction de la pesanteur en chaque point du globe. Le choix se porta sur la fraction de la longueur du quart du méridien terrestre celui-ci étant plus facile à mesurer que l'équateur. Le 26 mars 1791, le mètre fut défini comme la dix millionième partie du quart du méridien terrestre. Il fallait donc déterminer la longueur exacte du méridien, et cette mission de géodésie fut confiée à Pierre-François Méchain (1744-1804) et Jean-Baptiste Delambre (1747-1822).

C'est le 7 avril 1795 que le système métrique décimal fut institué. En prenant le mètre comme unité de base, on définit les autres unités : le mètre carré, le mètre cube, le litre (1 L = 1 000 cm^3) et le kilogramme (masse d'un décimètre cube d'eau distillée à 4 °C). Ce système était révolutionnaire non seulement parce qu'il éliminait le chaos, mais également parce que ses multiples et sous-multiples s'obtiennent en multipliant ou en divisant par 10. Pour convertir des pieds en pouces, il faut multiplier par 12 et la conversion inverse nécessite une division par 12. Pour convertir des verges en pouces, il faut multiplier par 36 et, pour convertir des pieds carrés en pouces carrés, il faut multiplier par 144, et ainsi de suite. Dans le système métrique décimal, pour exprimer une mesure de longueur en un multiple ou en un sous-multiple, on déplace simplement la virgule décimale d'une position; pour exprimer une mesure d'aire en un multiple ou en un sous-multiple, on déplace la virgule décimale de deux positions; pour exprimer une mesure de volume en un multiple ou en un sous-multiple, on déplace la virgule décimale de trois positions.

En 1875, fut créé le Bureau international des poids et mesures, qui prit le relais de la France dans la conservation des étalons et la production de copies des étalons pour répondre aux besoins des pays de plus en plus nombreux à adhérer à ce système. La précision de la définition du mètre étalon a une incidence sur la précision des mesures effectuées avec cet étalon. Pour répondre aux exigences des sciences et des techniques, il a fallu redéfinir le mètre étalon afin d'obtenir des mesures de plus en plus précises. Le 14 août 1960, le mètre fut redéfini comme étant égal à 1 650 763,73 fois la longueur d'onde, dans le vide, d'une radiation orangée d'un atome de krypton 86. En 1983, dans la foulée des recherches sur la vitesse de la lumière et des horloges atomiques, le mètre fut à nouveau redéfini comme la longueur du trajet parcouru par la lumière dans le vide pendant 1/299 792 458 de seconde. La définition en fonction de la mesure du méridien permettait d'établir la longueur du mètre avec une précision de 10^{-4}, la définition en fonction de la vitesse de la lumière donne une précision de 10^{-11}.

Ces définitions respectent l'objectif visé par les fondateurs du système métrique, soit un mètre étalon invariable, reproductible partout et ne possédant aucune caractéristique le rattachant à un pays en particulier.

2.4 Exercices

1. Dire quelles sont les quantités proportionnelles.
   a) 8 ; 12 ; 18 ; 27
   b) x ; x^2y ; y ; xy^2
   c) $x - y$; $x^2 - y^2$; $x + y$; $x^2 + 2xy + y^2$

2. Déterminer la quatrième proportionnelle des nombres ou expressions donnés.
   a) 2 ; 5 ; 8
   b) x ; xy ; y
   c) x ; x^2 ; 1
   d) $(x - y)$; $(x + y)$; $(x^2 - y^2)$

3. Déterminer un moyen proportionnel entre les nombres ou expressions donnés.
   a) 4 et 69
   b) $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{16}$
   c) $(x^2 + xy)$ et $(y^2 + xy)$
   d) $\frac{x-3}{x+3}$ et $x^2 - 9$

4. Un tuyau de renvoi a une dénivellation de 8 cm par mètre. Exprimer cette dénivellation sous la forme d'un rapport.

5. Résoudre les équations suivantes.
   a) $\frac{5}{x+4} = \frac{4}{x-2}$
   b) $\frac{x-4}{x+4} = \frac{9}{11}$
   c) $\frac{x-3}{4} = \frac{5}{x-2}$
   d) $\frac{x-7}{3} = \frac{10}{2x-3}$

6. Déterminer la quatrième proportionnelle.
   a) 7 ; 9 ; 14
   b) x^2 ; xy ; xy
   c) $(x - 4)$; $(x + 4)$; $x^2 - 16$
   d) $(x - 5)$; $(x + 5)$; $(x^2 - 7x + 10)$
   e) $(x - 3)$; $(x + 3)$; $(x^3 - 6x^2 + 13x - 12)$

7. Déterminer un moyen proportionnel entre les nombres ou expressions donnés.
   a) 6 et 54
   b) 5 et 125
   c) 18 et 98
   d) $x^2 + 4x$ et $16 + 4x$
   e) x^3y et xyz^2

8. Un carré mesure a cm de côté.
   a) Si on multiplie la longueur du côté par 2, par quel facteur l'aire de la surface est-elle multipliée ?
   b) Exprimer ce facteur à l'aide d'un exposant.
   Remarque : Le rapport des aires est égal au rapport des carrés des côtés.

9. Un carré mesure a cm de côté.
   a) Si on multiplie la longueur du côté par un facteur b, par quel facteur l'aire de la surface est-elle multipliée ?
   b) Quelle est l'aire du carré obtenu ?

10. Un cube mesure a cm de côté.
    a) Si on multiplie la longueur du côté par 4, par quel facteur le volume est-il multiplié ?
    b) Exprimer ce facteur à l'aide d'un exposant.
    Remarque: Le rapport des volumes est égal au rapport des cubes des côtés.

11. Un cube mesure a cm de côté.
    a) Si on multiplie la longueur du côté par un facteur b, par quel facteur le volume est-il multiplié ?
    b) Quel est le volume du cube obtenu ?

12. La maquette d'une sculpture a une masse de 12,0 kg et mesure 40,0 cm de hauteur. On veut réaliser la sculpture dans le même matériau mais avec une hauteur de 1,80 m. Exprimer la masse de la sculpture à l'aide d'un exposant (Suggestion: les volumes sont directement proportionnels au cube de leurs lignes homologues et les masses de solides du même matériau sont directement proportionnelles au volume.)

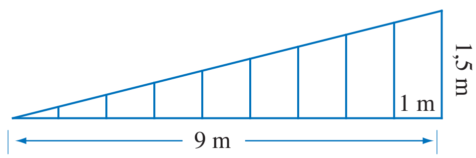
13. Si une sphère de 7,00 cm de diamètre a une masse de 102 g, quelle est la masse d'une sphère du même matériau dont le diamètre est de 12,0 cm ?

14. Si une sphère de métal de 5,00 cm de diamètre a une masse de 16,5 g, quel est le diamètre d'une sphère du même matériau dont la masse est de 880 g ?

15. L'étirement d'un ressort est directement proportionnel à la masse que l'on suspend à ce ressort. Si une masse de 30,0 g provoque une élongation de 5,00 cm, quelle masse faut-il suspendre au ressort pour l'étirer de 7,00 cm ?

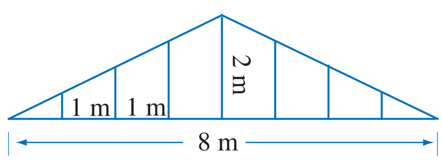
16. Lorsqu'il y a un orage, la distance qui nous sépare de la foudre est directement proportionnelle au temps qui s'écoule entre le moment où on voit l'éclair et celui où on entend le tonnerre. Si on entend le tonnerre 9 s après avoir vu l'éclair, la foudre a frappé à environ 3 km. À quelle distance la foudre a-t-elle frappé si le son nous parvient 4 s après avoir vu l'éclair ? Que représente la constante de proportionnalité calculée ?

17. On doit construire une rampe avec une dénivellation de 1,5 m pour une distance horizontale de 9 m (longueurs exactes).



Les supports de la rampe doivent être espacés de 1 m. Quelle est la longueur de chacun des supports ?

18. On doit construire un toit avec une dénivellation de 2 m pour une longueur horizontale de 4 m. Les supports du toit doivent être espacés de 1 m. Calculer leur longueur.

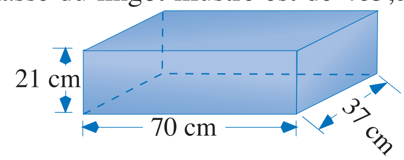


19. Le rapport idéal pour la pente d'un escalier est de 7/10. Quelle doit être la longueur d'un escalier dont la hauteur est de 2,1 m ?

20. Il faut ériger un socle pour une sculpture de béton de 2,40 m de hauteur. Déterminer la masse que doit supporter le socle, sachant que la maquette en béton de la sculpture mesurant 30,0 cm de hauteur a une masse 1,75 kg.

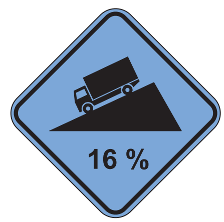
21. Lorsqu'on suspend une masse à un ressort, celui-ci subit une élongation proportionnelle à la masse suspendue. Si une masse de 14 kg produit une élongation de 3,4 cm, quelle serait l'élongation si on suspendait une masse de 24 kg ?

22. La masse du lingot illustré est de 485,0 kg.



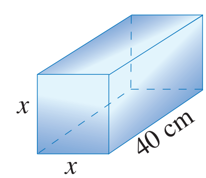
a) Estimer la masse volumique du métal constituant le lingot.
b) Calculer la densité relative du métal constituant le lingot.
c) Identifier le métal à l'aide de sa densité.

23. Au cours d'un voyage dans Charlevoix, vous apercevez le panneau routier suivant.

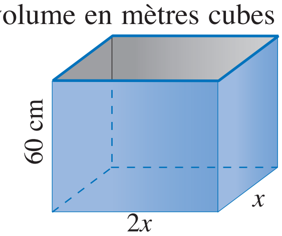


Exprimer l'information fournie par ce panneau à l'aide de distances en mètres.

24. On vous demande de concevoir une boîte avec couvercle. La largeur doit être égale à la hauteur, la longueur doit être de 40 cm et l'aire de la surface doit être de 0,4 m^2. Quelles seront les dimensions de la boîte ? Quel sera son volume en mètres cubes ?

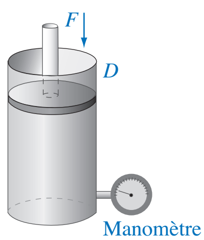


25. On vous demande de concevoir une boîte sans couvercle dont la longueur doit être le double de la largeur et dont la hauteur doit être de 60 cm. L'aire de la surface de la boîte doit être de 17 600 cm^2. Quelles seront les dimensions de la boîte ? Quel sera son volume en mètres cubes ?



26. Un homme de 80 kg, chaussé de bottes de 33 cm sur 12 cm, se déplace sur la neige.
    a) Quelle est la pression exercée par cet homme sur la neige lorsque toute sa masse repose sur un pied ?
    b) Pour continuer sa promenade, l'homme décide de chausser des skis qui mesurent 1,8 m sur 10 cm. Quelle pression exerce-t-il alors sur la neige lorsque tout son poids repose sur un seul ski ?

27. On estime le rayon d'un piston à 12 cm. Quelle force s'exerce sur le piston si le manomètre indique 9,2 kPa ?



28. Sachant que la valeur d'une verge est de 91,44 cm, exprimer les mesures suivantes en centimètres.
    a) 1 po
    b) 1 pi
    c) 1 mi
    d) 1 lieue (3 mi)
    e) 3,6 mi
    f) 1 po^2
    g) 1 pi^2
    h) 1 vg^2
    i) 1 po^3
    j) 1 pi^3
    k) 1 vg^3

29. Vous devez faire ériger un socle en béton pour y installer une sculpture. Le socle doit avoir une longueur de 345 cm, une largeur de 175 cm et une hauteur de 185 cm. La compagnie qui fabrique le béton le livre si la quantité est d'au moins 1 vg^3 et elle ne prépare que des multiples de 0,5 vg^3. Quelle quantité de béton devez-vous commander ?

30. L'acre est une mesure de superficie valant 4 840 vg^2.
    a) Quel est le nombre de pieds carrés dans une acre ?
    b) Quel est le nombre de mètres carrés dans une acre ?
    c) Un terrain de 2 850 pi sur 600 pi est mis en vente. Déterminer la superficie de ce terrain en acres.

31. L'are est une mesure de superficie qui équivaut à 100 m^2 et un hectare vaut 100 ares.
    a) Quel est l'équivalent en pieds carrés d'une mesure de 1 are ? Quel est l'équivalent en verges carrées ?
    b) Une terre mesure 3 250 pi sur 2 730 pi. Déterminer sa superficie en hectares.

32. Déterminer le travail effectué par une force de 574 N sur une distance de 27,2 m dans la direction de la force. Exprimer le tout en notation de l'ingénieur et en respectant les règles de présentation des résultats d'opérations sur des nombres arrondis.

33. Une force a permis d'effectuer un travail de 252 kJ en déplaçant un objet sur une distance de 129 m dans la direction de la force. Trouver l'intensité de cette force.

34. Déterminer le travail effectué par une force de 2,5 kN sur une distance de 3,2 km dans la direction de la force. Exprimer le tout en notation de l'ingénieur et en respectant les règles de présentation des résultats d'opérations sur des nombres arrondis.

35. Une surface de 1 kilomètre carré (km^2) est équivalente à la surface d'un carré de 1 kilomètre de côté. Quelle est la mesure en mètres carrés d'une surface de 1 km^2 ?

36. Une surface de 1 hectare (ha) est équivalente à la surface d'un carré de 100 mètres de côté. Quelle est la mesure en mètres carrés d'une surface de 1 hectare ?

37. Une bande de terrain mesure 337 m de large sur 1 570 m de long. Trouver la superficie de cette bande de terrain en mètres carrés, en hectares et en kilomètres carrés.

38. Sachant que le coulomb représente la charge électrique de $6{,}242 \times 10^{18}$ électrons, trouver la charge totale de $3{,}82 \times 10^{19}$ électrons.

TABLEAU DES GRANDEURS ÉLECTRIQUES

Grandeur	Définition	Unité	Relation avec les unités fondamentales	Relations avec les autres grandeurs
Charge	Q	coulomb (C)		Produit du nombre d'électrons et de la charge par électron.
Courant	$I = \frac{Q}{t}$	ampère (A)	coulomb par seconde (C/s)	$I = V/R$ $I = P/V$
Travail Energie	$W = F \cdot s$	joule (J)	newton-mètre (N·m)	$W = Pt$
Tension	$V = \frac{W}{Q}$	volt (V)	joule par coulomb (J/C)	$V = RI$ $V = P/I$
Résistance	$R = \frac{V}{I}$	ohm (Ω)	volt par ampère (V/A)	$R = P/I^2$ $R = V^2/P$
Puissance	$P = \frac{W}{t}$	watt (W)	joule par seconde (J/s)	$P = VI$ $P = RI^2$ $P = V^2/R$

39. Sachant que la charge électrique de 6,242 x 10^{18} électrons est de 1 coulomb, trouver la charge électrique de 2,38 × 10^{17} électrons.

40. Un mètre cube de cuivre contient 8,54 x 10^{28} électrons libres. Déterminer la charge d'un fil de cuivre de 5 mm de diamètre et de 21 cm de longueur, en considérant que ces valeurs sont exactes.

41. Quel est le courant dans un circuit si une charge de 180 C traverse un point du circuit en 1,2 min ?

42. Déterminer en milliampères l'intensité du courant dans un conducteur sachant que le flux d'électrons est de 1,47 × 10^{16} e/s.

43. Calculer le travail effectué par une force de 380 N pour déplacer une masse sur une distance de 52,8 m dans la direction de la force. Exprimer le travail en notation de l'ingénieur et en respectant les règles de présentation des résultats sur des nombres arrondis.

44. Une force a permis d'effectuer un travail de 254,3 kJ en déplaçant un objet sur une distance de 129 m dans la direction de la force, trouver l'intensité de cette force.

45. Quelle est l'énergie d'un système qui peut effectuer le même travail qu'une force de 1 345 N dont le point d'application se déplace de 1 750 cm dans la direction de la force?

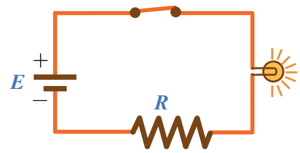
46. Trouver la tension entre deux points d'un conducteur, sachant qu'une dépense de 83,2 J d'énergie est nécessaire pour déplacer une charge de 2,40 C entre ces deux points.

47. Un courant de 0,60 A circulant dans un conducteur dégage 36,0 J d'énergie en 8,0 s. Quelle est la tension aux bornes de ce conducteur?

48. On relie un conducteur à une pile de 18,0 V et on mesure le courant à l'aide d'un ampèremètre. Sachant que l'ampèremètre indique un courant de 0,80 A, trouver la résistance du conducteur.

49. Soit le circuit illustré ci-dessous.

Circuit fermé



a) Quelle est la charge traversant l'ampoule du circuit en exactement une minute si le courant est de 160, mA?

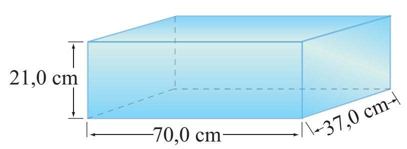
b) Combien d'électrons libres constituent une telle charge ?

50. Quelle doit être la tension entre les bornes d'une lampe pour qu'un flux de 0,075 C dégage une énergie de 9,0 J? Donner la réponse en volts et en kilovolts.

51. Quelle énergie faut-il pour déplacer une charge de 4,0 mC sous une tension de 60,0 V ?

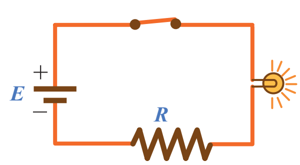
52. Sachant que la charge électrique d'un électron est de $1{,}602 \times 10^{-19}$ C, trouver la charge électrique de $3{,}57 \times 10^{18}$ électrons.

53. Sachant qu'un mètre cube de cuivre contient $8{,}54 \times 10^{28}$ électrons libres, déterminer le nombre d'électrons libres du lingot suivant.



54. Quel est le courant dans le circuit ci-dessous si une charge de 1,8 C traverse l'ampoule en 0,5 min ?

Circuit fermé



55. Déterminer, en milliampères, l'intensité du courant dans un conducteur sachant que le flux d'électrons est de $3{,}25 \times 10^{17}$ e/s.

56. Trouver la tension aux bornes d'une résistance sachant que sa valeur ohmique est de 15,0 Ω et que le courant dans le circuit est de 0,40 A. Déterminer l'énergie dissipée dans cette résistance en une minute.

57. Montrer qu'à partir des définitions des grandeurs physiques impliquées, on peut déduire la relation

$$W = RI^2t$$

où W est l'énergie en joules (J), R est la résistance en ohms (Ω), I est le courant en ampères (A) et t est le temps en secondes(s).

58. Montrer qu'à partir des définitions des grandeurs physiques impliquées, on peut déduire la relation

$$P=RI^2,$$

où P est la puissance en watts (W), R est la résistance en ohms (Ω), I est 1e courant en ampères (A).

59. Montrer qu'à partir des définitions des grandeurs physiques impliquées, on peut déduire la relation

$$P=VI,$$

ou r est la puissance en watts (W), V est la tension en volts (V), I est le courant en ampères (A).

60. Montrer qu'à partir des définitions des grandeurs physiques impliquées, on peut déduire la relation

$$P = V^2/R,$$

où P est la puissance en watts (W), R est la résistance en ohms (Q), V est la tension en volts (V).

61. Montrer qu'à partir des définitions des grandeurs physiques impliquées, on peut déduire la relation

$$R=V^2/P,$$

où P est la puissance en watts (W), R est la résistance en ohms (Q), V est la tension en volts (V).

62. Montrer qu'à partir des définitions des grandeurs physiques impliquées, on peut déduire la relation

$$R=P/I^2,$$

où P est la puissance en watts (W), R est la résistance en ohms (Q), I est le courant en ampères (A).