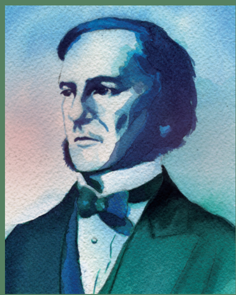

George Boole
1815-1864

Comme mathématicien, George Boole s'est intéressé aux équations différentielles, aux probabilités et à l'analyse, mais l'histoire a retenu son nom pour ses travaux en logique. Il a fondé une structure algébrique et sémantique, que l'on appelle en son honneur algèbre de Boole, une contribution importante favorisant l'avènement de l'informatique.

George Boole

Le logicien, mathématicien et philosophe britannique George Boole est né en 1815. Issu d'une famille pauvre, il ne peut aller à l'université, faute de moyens financiers. Il est cependant doté de capacités intellectuelles remarquables. Dans son jeune âge, son père l'initie aux mathématiques et à la construction d'appareils d'optique. À l'instigation d'un libraire qui lui a donné quelques rudiments de latin, il se plonge dans l'étude des langues et apprend le latin, l'allemand, le français et l'italien et, pour subvenir aux besoins de sa famille, il devient enseignant à l'âge de 16 ans.

Quatre ans plus tard, en 1835, il fonde sa propre école près de Lincoln. Il se met alors résolument à l'étude des mathématiques. En fréquentant la bibliothèque de l'Institut de mécanique de sa ville, il étudie les travaux d'Ìsaac Newton, Pierre-Simon de Laplace et Joseph-Louis Lagrange. Il finit par se rendre compte qu'il progresserait plus rapidement en ayant un professeur et il commence à suivre des cours à Cambridge.

Il entreprend très vite ses propres recherches et, en 1839, il publie sa première étude dans le *Cambridge Mathematical Journal*. La qualité de cet article lui vaut la reconnaissance des algébristes de Cambridge et, sa renommée grandissant, il est reconnu comme une personnalité importante du monde des mathématiques.

En 1944, il publie une application de méthodes algébriques à la résolution d'équations différentielles dans les *Transactions of the Royal Society.* Pour cet article, il reçoit la médaille de la Royal Society.

Boole entreprend alors une série de travaux en logique et pose les bases de ce que l'on nommera plus tard l'algèbre de Boole. En 1847, il publie *Mathematical Analysis of Logic*.

En 1849, il se voit proposer une chaire de professeur des mathématiques au Queen's College de Cork, en Irlande et en 1966, il épouse Mary Everest, une nièce de George Everest, le responsable de la mission cartographique qui donna son nom au mont Everest.

En 1857, il est nommé membre de la Royal Society et publie des travaux sur les équations différentielles dans deux traités qui ont eu une grande influence :

Treatise on Differential Equations (1859) et *Treatise on the Calculus of Finite Differences* (1860).

En 1854, il publie *An investigation into the Laws of Thought, on Which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*. Dans cet ouvrage, il développe une nouvelle approche de la logique dont il fait une algèbre. C'est une nouvelle forme de logique, à la fois symbolique et mathématique dont le but est de traduire des idées et des concepts en équations pour leur appliquer certaines lois et retraduire le résultat en termes logiques. Pour cela, il crée une algèbre binaire n'acceptant que deux valeurs numériques : 0 et 1. Cette algèbre est définie par la donnée d'un ensemble E (non vide) muni de deux lois de composition interne (le ET et le OU) satisfaisant à un certain nombre de propriétés (commutativité, distributivité...). Les travaux de Boole sont théoriques, mais ils auront des applications primordiales dans des domaines aussi divers que les systèmes informatiques, la théorie des probabilités, les circuits électriques et téléphoniques, etc., grâce à des scientifiques qui ont poursuivi des recherches dans le domaine créé par Boole.

En 1864, Boole attrape une forte fièvre après avoir fait à pied, et sous la pluie, le trajet de sa résidence au College, un parcours d'environ deux kilomètres. Croyant au principe d'analogie, Mary pense que pour le guérir elle doit l'aliter et l'asperger d'eau. Ce traitement entraîne des complications pulmonaires dont Boole meurt à 49 ans.

Les travaux de Boole en logique n'ont pas bénéficié d'un très bon accueil auprès de ses pairs. Cependant, les appellations modernes **algèbre de Boole**, **opérateurs booléens** et **logique booléenne** témoignent de l'importance de ses contributions.

La première application de cette algèbre est due à l'ingénieur en génie électrique et mathématicien américain Claude Shannon. Dans son mémoire de maîtrise présenté au *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), en 1938, il explique comment construire des machines à relais, comme un réseau téléphonique, en utilisant l'algèbre de Boole pour décrire l'état des relais (1 : fermé, 0 : ouvert).

Outre la conception de réseaux téléphoniques et électriques, les travaux de Boole ont joué un rôle important dans l'avènement de l'informatique. Son algèbre a de multiples applications dans la conception et le fonctionnement des ordinateurs.

L'algèbre de Boole

L'algèbre de Boole est une algèbre comportant des variables *p*, *q*, *r*, ... qui peuvent prendre deux valeurs constantes 0 et 1. Les variables de l'algèbre de Boole peuvent représenter des propositions dont les valeurs de vérité, vrai ou faux, sont désignées respectivement par 1 ou 0. Cette algèbre comporte des opérateurs sur les variables: la négation $\neg$, la conjonction $\wedge$ et la disjonction $\vee$. Elle comporte également un symbole désignant une tautologie ou proposition toujours vraie, *t* et un symbole désignant une contradiction ou proposition toujours fausse, *c*. La portée d'une négation et la priorité des opérations sont indiquées par des parenthèses.

Les axiomes de cette algèbre décrivent des propriétés des opérateurs comme

Idempotence, $p \vee p \equiv p$ et $p \wedge p \equiv p$.

Associativité, $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$,
$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$.

Commutativité $p \vee q \equiv q \vee p$,
$p \wedge q \equiv q \wedge p$.

Distributivité $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$,
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.

Complémentarité $p \vee \neg p \equiv t$ et $p \wedge \neg p \equiv c$.

Ces opérateurs satisfont également les lois de De Morgan,

$$\neg (p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$
$$\neg (p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q.$$

Dans l'application aux circuits, on désigne les variables par *x*, *y*, *z*, ..., les opérateurs par –, + et ·, une tautologie par 1 et une contradiction par 0.