Illustration : Noémie Ross

Emmy Noether
1882-1935

La mathématicienne allemande Emmy Nœthera fait une percée dans le monde masculin des universités allemandes des débuts 1900. Ses travaux en algèbre abstraite et en physique théorique sont très importants.

Emmy Nœther

Emmy Noether est une mathématicienne née en 1882 à Erlangen, en Allemagne. Son père, Max Noether, était professeur de mathématiques à Erlangen, il est reconnu comme un grand spécialiste de la géométrie algébrique. Sa mère, Ida Kaufmann, venait d'une riche famille de Cologne. Emmy était l'aînée et la seule fille d'une famille de quatre enfants.

Dès son enfance, Emmy fait preuve d'une grande intelligence et d'un esprit logique supérieur. En plus de ses activités scolaires, on lui enseigne la danse, le piano et les travaux domestiques. Douée en français et en anglais, elle passe avec succès l'examen bavarois pour enseigner les langues dans un collège de jeunes filles. Cependant, elle n'occupe jamais de poste de professeur de langues. Elle décide d'étudier plutôt les mathématiques à l'université, probablement stimulée par son plus jeune frère, Fritz, qui a suivi les traces de son père et étudié en mathématiques.

Le choix d'Emmy n'est pas de tout repos. En Allemagne, à l'époque la place des femmes était définie par le trio « enfants, cuisine, église » (Kinder. Küche und Kirche). Officiellement, les filles ne sont pas admises dans les universités allemandes. Pour qu'une femme puisse suivre les cours, il faut que chaque professeur donne son accord. Elle obtient la permission d'assister aux cours à l'Université d'Erlangen de 1900 à 1902. Son tuteur est Paul Gordan (1837-1912), ami de la famille. Elle soutient sa thèse en 1907 sur « les systèmes complets d'invariants pour les formes biquadratiques ternaires », l'algèbre est son premier domaine de prédilection.

Après avoir réussi les examens à Erlangen, elle entre à l'Université de Göttingen et assiste aux cours des mathématiciens Hilbert (David, 1862-1942), Klein, (Félix, 1849-1825) et Minkowski (Hermann, 1864-1909). Peu après, les restrictions aux droits des femmes à l'université sont levées.

Il y avait encore beaucoup d'opposition à l'arrivée des femmes dans les universités allemandes. La Faculté de philosophie de Göttingen était formée des professeurs de philosophie, d'histoire, de sciences naturelles et de mathématiques, et ceux qui œuvraient dans d'autres domaines que les mathématiques s'opposaient à l'admission d'Emmy à la Faculté. Aucun poste de professeur ne lui est donc offert.

En 1915, Hilbert et Klein l'invitent à revenir à Göttingen et à y demeurer pendant qu'ils font pression pour la faire admettre à la faculté. Un des professeurs déclare « Que penseront nos soldats quand ils reviendront à l'université et verront qu'ils doivent apprendre aux pieds d'une femme ». Hilbert prenant le parti d'Emmy déclare « Après tout, nous sommes une université, pas des bains publics». Il offre à Emmy la possibilité d'enseigner en se servant de son nom pour annoncer le cours qu'elle donne. En 1919, Hilbert et Klein réussissent finalement à la faire admettre à la Faculté.

Les travaux d'Emmy Noether sur la théorie des invariants ont mené à la formulation de plusieurs concepts de la théorie de la relativité générale d'Einstein. Elle jette les bases de la structure de module, plus générale que la structure d'espace vectoriel.

En 1921, elle publie un article qui fait date : *Idealtheorie in Ringbereichen* (Théorie des idéaux dans les anneaux), cette publication donne naissance au terme d'anneau noethérien et différents autres objets mathématiques (groupes, anneaux, espaces topologiques, schémas) sont qualifiés de noethériens.

En 1924, un jeune mathématicien néerlandais, Bartel Leendert van der Waerden (1903-1996), arrive à l'université de Göttingen. Il commence immédiatement à travailler avec Noether, qui lui enseigne d'inestimables méthodes de conceptualisation abstraite. Van der Waerden dira plus tard que l'originalité de Noether était « absolue, au-delà de toute comparaison ». En 1931, il publie *Algebra*, un ouvrage central dans ce domaine.

La venue de van der Waerden s'inscrit dans un vaste mouvement de mathématiciens du monde entier vers Göttingen, qui devient un centre de recherche important en physique et en mathématiques.

En 1933, Noether est chassée de l'Université de Göttingen par les Nazis, car elle était juive. Elle se réfugie aux États-Unis et enseigne au *Bryn Mawr College* et à l'*Institute for Advanced Study* de Princeton. Elle meurt des suites d'une intervention chirurgicale, en 1935 en Pennsylvanie.

Anneau

En algèbre, un anneau est un ensemble muni de deux lois de composition interne appelées *addition* et *multiplication*, qui vérifient des propriétés analogues à celles de ces opérations sur les entiers relatifs.

On note un anneau $\langle A, \oplus, \otimes \rangle$ où les opérations ont les propriétés suivantes.

- $\langle A, \oplus \rangle$ est un groupe abélien d'élément neutre 0_A.
- la loi $\otimes$ est associative : pour tout $a, b, c \in \mathrm{A}$
$$a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c;$$
- la loi $\otimes$ possède un élément neutre noté 1_A;
- la loi $\otimes$ est distributive à gauche et à droite par rapport à la loi $\oplus$, c'est-à-dire que pour tout $a, b, c \in \mathrm{A}$,
$$a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c)$$
$$\text{et } (b \oplus c) \otimes a = (b \otimes a) \oplus (c \otimes a).$$

Lorsque la loi $\otimes$ est commutative, on dit que l'anneau est commutatif.

L'ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs, $\langle \mathbb{Z}, +, \times \rangle$, muni des opérations d'addition et de multiplication usuelles, est un anneau commutatif.

Les polynômes à coefficients dans un anneau A forment aussi un anneau.

Les matrices carrées d'ordre n à coefficients dans un anneau A forment un anneau.

Une partie B d'un anneau A est un sous-anneau si et seulement si

- $1_A \in B$;
- Fermeture de l'opération d'addition sur B, pour tout a et $b \in B$, $a \oplus b \in B$;
- Fermeture de l'opération de multiplication sur B, pour tout a et $b \in B$, $a \otimes b \in B$.

Un *corps* est un anneau commutatif dans lequel tout élément non nul est inversible. L'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ muni des opératiosn d'addition et de multiplication forme un corps, tout comme l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ muni des mêmes opérations.