Illustration : Alain Ross

James Gregory
1638-1675

Le mathématicien écossais James Gregory a poursuivi des travaux sur le calcul d'aires et de volumes et sur les développements en série. Il est cependant mort trop jeune, à 36 ans, pour avoir donné toute la mesure de son talent.

James Gregory

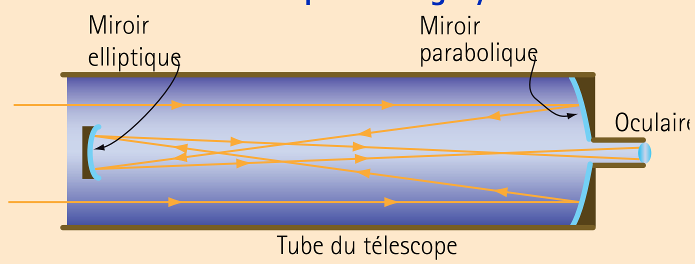
Le mathématicien et astronome écossais James Gregory est né en novembre 1638 à Drumoak près d'Aberdeen en Écosse et décédé en octobre 1675 à Edimbourg, Écosse. Il est le plus jeune des trois fils de John Gregory, un ministre de l'Église épiscopale d'Écosse. C'est sa mère, Janet Anderson, qui lui donne sa première éducation à la maison. Elle lui communique la passion de la géométrie qui lui vient de son frère Alexander. Celui-ci a été élève de François Viète dont il a édité les ouvrages.

James est âgé de 13 ans à la mort de son père et son deuxième frère, David âgé de 23 ans s'occupe alors de compléter son éducation de James. Il lui donne à étudier un exemplaire des *Éléments* d'Euclide. James poursuit sa formation au Marischal College à Aberdeen. Il étudie l'optique et la construction des télescopes et, à l'instigation de son frère David, il rédige un ouvrage sur le sujet intitulé *Optica Promota*. Il y décrit le télescope qui porte aujourd'hui son nom.

Dans le télescope de Gregory, les rayons lumineux entrent par la partie ouverte, frappent un miroir parabolique et forment une image inversée avant de frapper un miroir elliptique et être réfléchis en une image inversée à nouveau. L'image vue par l'observateur à travers l'oculaire est alors une image réelle. Dans sa description du télescope, Gregory indique que celui-ci corrige l'aberration sphérique et l'aberration chromatique des télescopes alors en usage. Cependant, il ne trouve pas d'artisan capable de produire les miroirs parabolique et elliptique. Ses idées seront cependant reprises par Robert Hooke qui réussit à le construire, par Sir Robert Moray, membre fondateur de la Royal Society et par Isaac Newton. Des télescopes plus performants ont été développés depuis.

En 1665, Gregory se rend à l'université de Padoue où il s'initie aux travaux de Cavalieri et utilise des séries infinies convergentes pour déterminer l'aire du cercle et de l'hyperbole sous la direction de Stefano degli Angeli[1] (1623-1697).

Télescope de Gregory



En 1667, il publie *Vera Circuli et Hyperbolae Quadratura*, dans lequel il montre que les aires délimitées par le cercle et l'hyperbole sont données par la somme de séries infinies. Cet ouvrage contient la plus ancienne parution du développement en série des fonctions sinus, cosinus, arcsinus et arccosinus. Gregory est élu membre de la Royal Society cette même année.

En 1668, il publie *Geometricae Pars Universalis* qui traite de l'aire sous des courbes et du volume de leur solide de révolution.

Gregory est nommé professeur à l'université de St Andrews en 1668 et, en 1674, il devient le premier professeur de mathématiques de l'université d'Édimbourg.

Dans ses travaux mathématiques, Gregory détermine le développement en série des fonctions Arctan x, tan x et sec x. Il est l'un des premiers à distinguer les séries convergentes et les séries divergentes.

En 1671, il découvre le développement en série de $\varpi/4$, soit :

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots + (-1)^n \frac{1}{2n+1} +$$

Ce développement a été découvert indépendamment par Leibniz en 1673.

1. Le mathématicien Stefano degli Angeli a étudié auprès de Bonaventura Cavalieri et correspond avec les savanst italiens Torricelli et Viviani. Il enseigne à l'université de Padoue de 1647-1697 et, poursuivant le travail de Torricelli, publie sur l'intégration de x^n (1654) et sur des courbes en coordonnées polaires (1660). Son enseignement porte également sur les séries de son collègue Pietro Mengoli.

Développement en série

Le développement en séries de $\varpi/4$ s'obtient à partir du développement en série géométrique suivant :

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \ldots + (-1)^n x^n + \ldots$$

qui est convergente pour tout x dans l'intervalle $]-1; 1[$.

En substituant x^2 à x dans ce développement, on obtient :

$$\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - \ldots + (-1)^n x^{2n} + \ldots$$

qui est une série uniformément convergente sur l'intervalle $]-1; 1[$. Dans cette égalité, le membre de gauche est la dérivée de la fonction Arctan x. Le membre de droite est un développement polynomial facilement intégrable. On peut donc intégrer terme à terme dans l'intervalle $[0; x]$ où $-1 < x < 1$. L'intégrale du membre de gauche donne :

$$\int_0^x \frac{1}{1+t^2}dt = \mathrm{Arc\,tan}(t)]_0^x = \mathrm{Arc\,tan}(x) - \mathrm{Arc\,tan}\,t(0) = \mathrm{Arc\,tan}(x).$$

En intégrant terme à terme le développement polynomial du membre de droite, on obtient le développement polynomial :

$$x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \ldots$$

Par conséquent,

$$\mathrm{Arc\,tan}(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \ldots$$

Considérons maintenant le cas où $x = 1$. Le terme général de la série est alors :

$$\frac{1}{2n+1}$$

Par le critère de Leibniz, la série est convergente et en posant $x = 1$ dans l'égalité, le membre de gauche devient Arc tan (1) = $\varpi/4$ et on a le développement en série de $\varpi/4$, soit :

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots + (-1)^n \frac{1}{2n+1} + \ldots$$