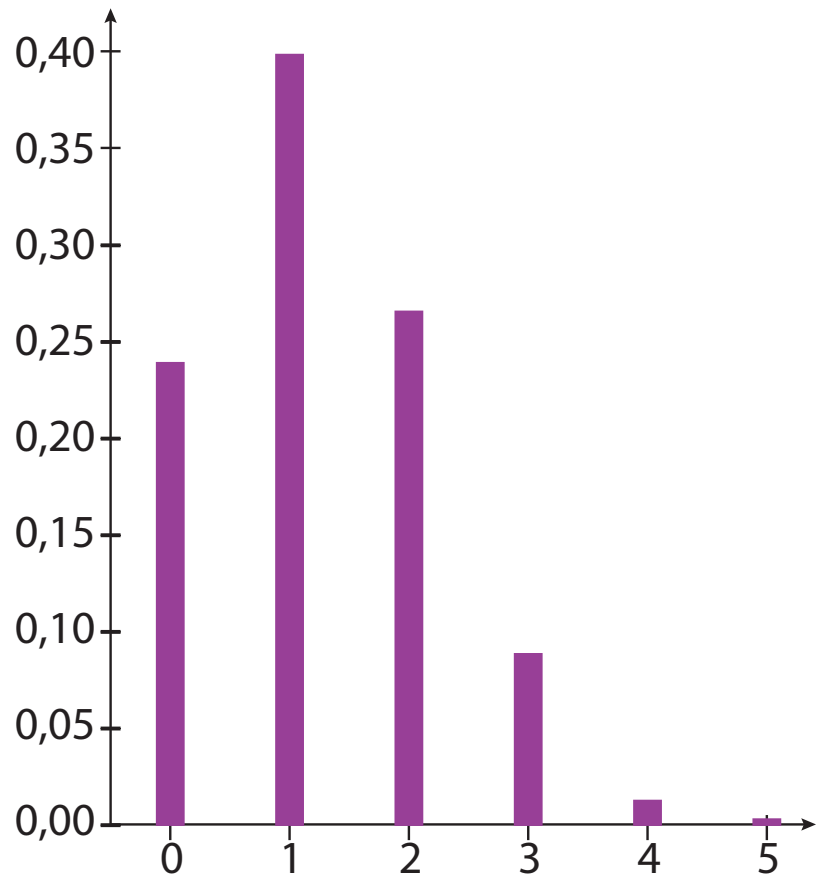
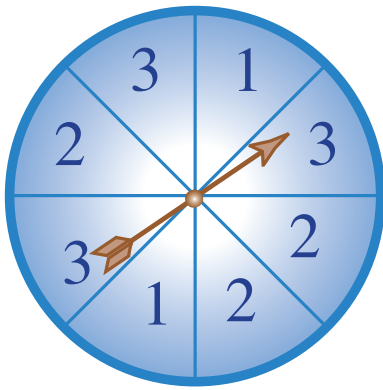


VARIABLE ALÉATOIRE

TABLEAU, GRAPHIQUE

ET MESURES



OBJECTIF

Construire un tableau de distribution et le graphique d'une variable aléatoire à l'aide du logiciel Excel.

Effectuer le calcul de l'espérance, de la variance et de l'écart-type d'une variable aléatoire à l'aide du logiciel Excel.

Mise en situation

On fait tourner cinq fois de suite la flèche illustrée en considérant la variable aléatoire X : « le nombre de 1 obtenus ».

Construire le tableau de distribution et le graphique de la fonction de probabilité de X .
Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de la distribution de la variable X .

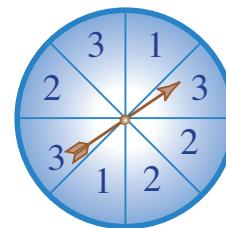
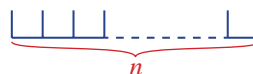


TABLEAU ET GRAPHIQUE

- Dans la plage A6:B6, définir le paramètre « $n=5$ » et valider.
- Dans la plage C6:D6, définir le paramètre « $p=2/8$ » et valider.
- En A8, écrire « x » et en A9, écrire 0.
- En A10, définir le test logique
« =SI(OU(A9+1<n;A9+1=n);A9+1;"-") ».
Valider et incrémenter jusqu'en A14.
- En B8 écrire $f(x)$ et en B9, définir
« =COMBIN(n;A9)*(p^A9)*(1-p)^(n-A9) ».
Valider et incrémenter jusqu'en B14.
- Sélectionner la plage B9:B14 et dans les options de graphique, choisir « Colonnes » et « Histogrammes groupés ».
- Cliquer sur le graphique et dans le menu graphique, choisir « Données source... ». Dans la fenêtre qui apparaît, cliquer dans le rectangle « Étiquette de l'axe des abscisses », puis sélectionner la plage A9:A14 et cliquer sur OK.

Remarque

Enregistrer cette feuille Excel sous le nom « VariAleatoire00 ». Pour que la feuille soit réutilisable avec diverses valeurs de n et de p , on définit la fonction de probabilité de la façon suivante (voir étape 5):



Nombre de répétitions, n

Nombre de cases avec un 1, x

Choix des x cases donnant 1, $\binom{n}{x}$

Probabilité d'avoir un 1, $p = 2/8 = 1/4$

Probabilité de ne pas avoir un 1, $q = 1 - p = 3/4$

Probabilité d'avoir x fois en répétant n fois,

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{(n-x)}$$

Ajustement des rectangles

Double-cliquer sur un des rectangles, une fenêtre apparaît, choisir « Options » et dans « Largeur de l'intervalle » écrire 500 au lieu de 150.

ESPÉRANCE ET ÉCART-TYPE

- En C8 écrire $xf(x)$ et en C9, définir
« =A9*B9 » et valider.
Valider et incrémenter jusqu'en C14.
- Dans la cellule E10, écrire « ESP » et en F10 définir
« =somme(C9:C14) ».
Valider et donner le nom « ESP » à la valeur dans cette cellule.

Remarque

La valeur calculée dans la cellule F10 est l'espérance de la variable aléatoire. En donnant le nom ESP comme référence à cette cellule, on peut utiliser ce nom dans le calcul du carré de la différence à l'espérance.

4. Dans la cellule D8, écrire « DISP » et en D9, définir :

$$\text{«}=(A9-ESP)^2*B9\text{»}.$$

Valider et incrémenter jusqu'en D14.

5. Dans la cellule E11, écrire « VAR » et en F11 définir

$$\text{«}=\text{somme}(D9:D14)\text{»}.$$

Valider et donner le nom « VAR » à la valeur dans cette cellule.

6. Dans la cellule E12, écrire « ECT » et en F12 définir

$$\text{«}=\text{VAR}^{(1/2)}\text{»}.$$

Remarque

Dans la plage D9:D14, Excel calcule le carré des différences à la moyenne pour chacune des valeurs de x . La somme de ces carrés est la variance qui est calculée en F11.

Dans la cellule F12, Excel calcule l'écart-type, soit la racine carrée de la variance

Suggestion

Enregistrer votre travail.

EXERCICE

- Faire une copie de la feuille sous le nom « VariAleatoire02 » et la modifier pour faire calculer les probabilités de la variable aléatoire si on fait tourner la flèche huit fois de suite.
- En conservant la valeur $n = 8$, modifier la valeur de la probabilité dans la cellule D6 et observer les modifications du graphique et des mesures, espérance et écart-type.
- Faire une copie de la feuille sous le nom « VariAleatoire03 » et la modifier pour faire calculer les probabilités de la variable aléatoire X : « le nombre de 1 obtenus », si on fait tourner la flèche illustrée huit fois de suite.



- Faire une copie de la feuille sous le nom « VariAleatoire04 » et la modifier pour faire calculer les probabilités de la variable aléatoire X : « le nombre de 1 obtenus » si on lance le dé cinq fois de suite ».



Remarque

Pour modifier la feuille de calcul afin de résoudre l'exercice 1, il faut modifier la valeur de n dans la cellule B6. Pour faire afficher tout le tableau, sélectionner la plage A14D14 et incrémenter jusqu'à la ligne 17.

Pour mettre à jour le graphique, cliquer dans celui-ci. Excel encadre alors les valeurs du tableau représentées dans le graphique. En étirant le bas de ce cadre, on fait ajouter les valeurs jusqu'à $n = 8$.

Il faut également indiquer les modifications dans le calcul de l'espérance et de la variance. Cliquer dans la cellule F10, la barre de formules affiche la définition

$$\text{«}=\text{somme}(C9:C14)\text{»}.$$

Il suffit d'indiquer de faire la somme jusqu'en C17, soit :

$$\text{«}=\text{somme}(C9:C17)\text{»}.$$

On apporte la même correction en F11 pour le calcul de la variance.

Il n'y a pas de modification à apporter à la définition de l'opération en F12.

En apportant ce genre de modifications, on peut utiliser la feuille de calcul pour tous les problèmes analogues. Enregistrer votre travail et faire une copie sous le nom « VariAleatoire03 » pour faire l'exercice 2 et ainsi de suite.

Remarque

Pour définir la probabilité p à l'exercice 4, écrire en D6 « =1/6 » et valider. Modifier également la valeur de n . Pour éliminer les lignes superflues, il suffit de sélectionner la plage A15:D17 et de choisir « Supprimer » dans le menu « Edition ». En cliquant sur OK dans la fenêtre qui apparaît, Excel apporte les modifications aux calculs et au graphique.