



Gabriel Cramer
1704-1752

Le mathématicien Gabriel Cramer a poursuivi des recherches sur les équations algébriques l'ont amené à développer la méthode de résolution appelés *Règle de Cramer*.

Gabriel Cramer

Méthode de Cramer

Soit un système d'équations linéaires à deux inconnues

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

tel que

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0,$$

alors, le système admet une solution unique donnée par :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \text{ et } y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}.$$

L'expression $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$

est un *déterminant*. Sa valeur est le produit des éléments de la diagonale principale moins le produit des éléments de la diagonale secondaire.

Cette méthode se généralise à un système linéaire de n équations à n inconnues, mais le calcul d'un déterminant d'ordre supérieur est plus complexe.

Gabriel Cramer est né en 1704 à Genève, en Suisse, il est mort en 1752 à Bagnols, en France. En 1719, il est admis à l'Académie de Genève où il reçoit les enseignements d'Étienne Jallabert (1658-1723) qui est titulaire d'une chaire de philosophie et dispense les cours de mathématiques. En 1722, à l'âge de 18 ans, Cramer obtient un doctorat dont la thèse portait sur la théorie des sons. Deux ans plus tard, il applique pour la chaire de philosophie de l'académie suite au décès de Jallabert. Sa candidature est retenue, tout comme celle de deux autres postulants, Amédée de la Rive et Giovanni Ludovico Calandrini (1703-1758). Ne voulant rejeter aucun des candidats, les administrateurs de l'Académie décident de scinder la chaire en deux, créant une chaire de philosophie et une autre de mathématiques. La chaire de philosophie est confiée à De la Rive. La chaire de mathématiques est offerte conjointement à Cramer et Calandrini, à condition qu'ils partagent les tâches et le salaire. Il y avait une autre condition : les deux titulaires devaient voyager pour des périodes de deux à trois ans et, pendant le voyage de l'un, l'autre cumulait les tâches et recevait le plein salaire.

Cette offre permet à l'Académie de retenir les services de ces trois excellents candidats, Cramer et Calandrini sont

souvent considérés comme les artisans du renouveau scientifique à Genève au début du XVIII^e siècle, par l'introduction de la philosophie naturelle newtonienne.

L'offre de l'Académie a surtout donné à Cramer l'occasion de voyager et de rencontrer la plupart des grands mathématiciens de son époque. À l'attribution du poste, Cramer commence immédiatement à enseigner pendant que Calandrini voyage. Cramer entreprend à son tour un grand voyage de formation qui le mène d'abord à Bâle auprès des Bernoulli, [Jean](#) (1667-1748) et de Nicolas I (1687-1759), de mai à octobre 1727. Il se rend alors à Cambridge et à Londres, entre novembre 1727 et juillet 1728, où il rencontre plusieurs savants dont les mathématiciens [Abraham de Moivre](#) (1667-1754) et James Stirling (1692-1770). Son voyage le mène ensuite à Leyde auprès de Whillem Gravesande² (1688-1742) de juillet à décembre 1728. Il complète son voyage à Paris, où il se lie avec les mathématiciens Jean-Jacques Dortous de Mairan (1678-1771) et [Alexis Clairaut](#) (1713-1765). Il séjourne

1. Cette méthode avait déjà été présentée par Colin Maclaurin dans un traité d'algèbre deux ans plus tôt, mais Cramer a utilisé une meilleure notation, rendant les concepts plus simples à comprendre, contribuant ainsi à l'implantation de la méthode.
2. Gravesande était un juriste et diplomate néerlandais. Il est reconnu aujourd'hui pour son travail scientifique : il a contribué à l'introduction des théories de Newton et de la méthode expérimentale.

à Paris jusqu'à son retour à Genève en mai 1729.

Il entreprend alors une correspondance régulière avec de nombreux savants à travers l'Europe : Dortous de Mairan, Clairaut, Stirling, Pierre-Louis Moreau de [Maupertuis](#), (1698-1759), avec des membres de la famille Bernoulli, Jean I, Nicolas I et [Daniel](#) (1770-1782). Dans les années 1740 il entame une correspondance avec [Leonhard Euler](#) (1707-1783) et [Émilie du Châtelet](#) (1707-1749). À la suite de son second séjour parisien de 1747-1748, il correspond aussi avec Jean Le Rond [d'Alembert](#) (1717-1783)

Les contributions de Cramer aux mathématiques portent essentiellement sur l'algèbre et la géométrie. Elles sont publiées à Genève en 1750 sous le titre *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, paru. Dans ce traité de 700 pages, il classe les lignes courbes planes selon le degré de leur équation. Il procède par éliminations successives pour résoudre des systèmes d'équations et affirme qu'il croit avoir trouvé une règle assez simple pour des systèmes d'équations du premier degré. La méthode pour la résolution des systèmes linéaires d'équations est connue aujourd'hui sous le nom de *règle de Cramer*. Elle utilise ce qui sera ultérieurement appelé *déterminants*.

Dans son traité, Cramer traite la plupart des questions classiques liées à l'étude des courbes algébriques (branches infinies, centres et diamètres, tangentes, extrema, courbure...) en utilisant uniquement des méthodes algébriques, à l'exclusion de tout calcul différentiel.

Il présente aussi une démonstration du *théorème de Bézout* (Étienne, (1730-1783)) qui avait été énoncé par [Colin Maclaurin](#) (1698-1746) dès 1720 et selon lequel deux courbes algébriques de degré m et se coupent généralement en $m \times n$ points, ce qui constitue une première approche de la théorie de l'élimination.

En 1730 il concourt pour le prix de l'Académie royale des sciences de Paris, pour lequel la question était *Quelle est la cause de la figure elliptique des planètes et de la mobilité de leur aphélie*? Il présente un texte intitulé *Mémoire sur le Système de Descartes et sur les moyens d'en déduire les orbites et les aphélie des planètes*. Il reçoit un second prix, devancé par Jean I Bernoulli.

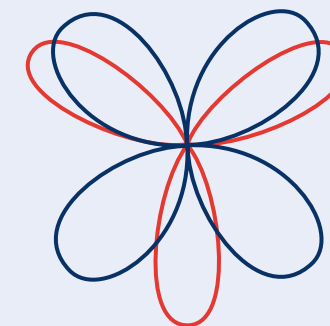
En 1734, Cramer devient seul titulaire de la chaire de mathématiques, à la suite de la nomination de Calandrini comme professeur de philosophie. En 1739 il crée à Genève une société savante, parfois désignée comme « Société du samedi », qui réunit les principaux scientifiques genevois autour de discussions portant sur les sciences et la philosophie.

En 1747 il accompagne le jeune prince héréditaire de Saxe-Gotha à Paris comme précepteur. Durant ce second séjour, de mai 1747 à mai 1748, il revoie ses correspondants, assiste aux séances de l'Académie royale des sciences et noue une relation avec d'Alembert.

En 1750, à la suite du départ de Calandrini, Cramer devient à son tour professeur de philosophie. À cette occasion il prononce un discours sur l'utilité de la philosophie dans le gouvernement de la cité intitulé *De utilitate philosophiæ in civitatibus regendis*.

Cramer est élu fellow de la Royal Society le 9 février 1749, correspondant de l'Institut de Bologne (1743), de l'Académie royale de Berlin (1746), des académies de Montpellier (1743) et de Lyon (1750).

Cramer tombe gravement malade en 1751, et entreprend un voyage en Provence dans le sud de la France pour restaurer sa santé, accompagné de deux amis et de son neveu. Après une étape à Lyon, son état s'aggrave et il meurt à Bagnols-sur-Cèze sur la route de Montpellier le matin du 4 janvier 1752.



L'équation du quadrifolium (en bleu est de degré 6, et l'équation du trifolium (en rouge) est de degré 4. Il y a 24 points d'intersection: une intersection en (0,0,1) (au centre de la figure) de multiplicité 14, quatre autres intersections visibles sur la figure en des points simples. Il y a aussi deux points d'intersection triples à l'infini à coordonnées complexes, (1, i, 0) et (1, -i, 0).