

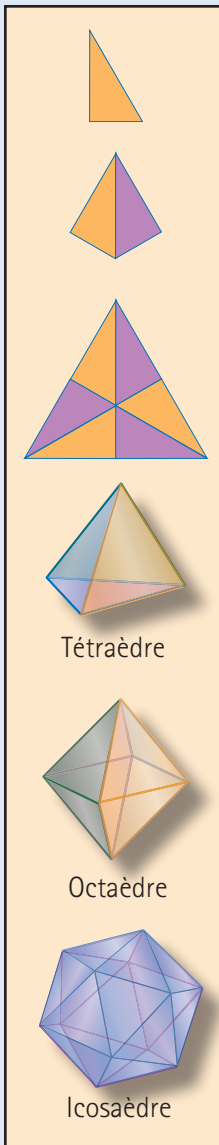


Platon
-427 - -347

Le pythagoricien Archytas de Tarente a appris à Platon l'existence des corps réguliers que l'on désigne maintenant sous l'appellation « corps réguliers de Platon ». Pour Platon, quatre de ces formes sont celles des éléments d'Empédocle et la cinquième est celle des figures animales.

Platon

Les corps réguliers



Tétraèdre

Octaèdre

Icosaèdre

Au contact des Pythagoriciens, Platon s'est intéressé également aux solides que l'on peut construire à partir de triangles élémentaires et a utilisé ces solides dans sa philosophie. Considérons quelques extraits du *Timée*

On commencera par la première espèce, celle qui est la plus petite par sa composition; elle a pour élément le triangle dont l'hypoténuse a une longueur double du plus petit côté.

Ce triangle rectangle est également connu pour avoir des angles aigus de 30° et 60° .

Si on juxtapose deux triangles de cette sorte par leur hypoténuse, et si on répète l'opération trois fois en faisant se rejoindre les hypoténuses et les petits côtés en un même point comme en un centre, on engendre un triangle équilatéral unique à partir de triangles élémentaires au nombre de six.

Quatre de ces triangles équilatéraux forment, à raison de trois angles plans, un seul angle solide celui qui vient juste après le plus obtus des angles. Et lorsque quatre de ces angles sont formés, se trouve constituée la première espèce de solide qui divise un tout sphérique en parties égales et semblables.

La seconde espèce est constituée à partir des mêmes triangles, qui s'unissent par groupes de huit triangles équilatéraux pour former un seul angle solide à

partir de quatre angles plans. Et quand se constituent six angles de ce genre, le second corps se trouve à son tour réalisé.

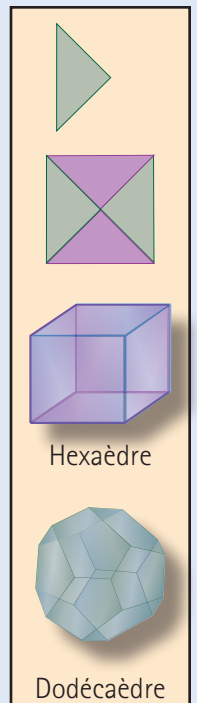
La troisième espèce est formée par l'agrégation de cent vingt triangles élémentaires, de douze angles solides, chacun de ces angles étant délimité par cinq triangles plans équilatéraux, et elle a vingt faces qui sont autant de triangles équilatéraux.

Le premier des triangles élémentaires fut laissé de côté quant il eut engendré ces solides.

Pour sa part, le triangle isocèle engendre la nature du quatrième corps, qui est constitué de quatre triangles isocèles, qu'on réunit en un centre par leurs angles droits et qui forment un seul quadrilatère équilatéral;

Lorsque six surfaces de ce genre se sont agrégées, elles ont donné naissance à huit angles solides dont chacun est constitué de trois angles plats, qui sont des angles droits. La figure du corps ainsi constituée fut celle du cube, qui a six faces planes, rectangulaires, équilatérales.

Il restait une seule construction, la cinquième; le dieu s'en servit pour l'univers, lorsqu'il y peignit des figures animales.



Hexaèdre

Dodécaèdre

Forme des éléments

Platon a non seulement adopté la théorie d'Empédocle d'Agrigente à l'effet que l'Univers est composé de quatre éléments. Il a associé les atomes de chacun de ces éléments à un des solides réguliers que l'on vient de présenter qui sont maintenant appelés *corps réguliers de Platon*.

Dans sa théorie, l'atome de feu est de forme tétraédrique, l'atome de terre est hexaédrique, (cube), l'atome d'air est un octaèdre et l'atome d'eau est un icosaèdre et le dodécaèdre est utilisé pour les formes animales. Pourquoi cette association? Timée explique que :

Et ces genres, dont nous venons de décrire la naissance, distribuons-les entre le feu, la terre, l'eau et l'air. À la terre donc, attribuons la forme du cube. Car, de ces quatre éléments, la terre est celui qui est le plus difficile à mouvoir, et le plus plastique des corps; et nécessairement c'est celui qui a les bases les plus stables, qui possède le plus ces qualités. Or, entre les triangles dont nous avons supposé l'existence à l'origine, la base qui est formée de côtés égaux est par nature plus stable que celle qui est formée de côtés inégaux; et en même temps, en ce qui concerne la surface équilatère constituée à partir de chacun d'eux, le carré constitue nécessairement une base plus stable que le triangle équilatéral, dans ses parties et comme tout.

Par suite, en attribuant cette surface à la terre, nous sauvegardons la vraisemblance de notre explication, tout de même qu'en attribuant tour à tour à l'eau, la forme la moins mobile de celles qui restent, au feu, la forme la plus mobile, et à l'air celle qui est intermédiaire; qu'en attribuant au feu le corps le plus petit, à l'eau, le corps le plus grand, et à l'air, celui du milieu; et qu'en attribuant au feu ce qui est le plus aigu, à l'air ce qui vient au second rang, et à l'eau, ce

qui vient au troisième rang. Et bien entendu, parmi tous ces corps, celui qui a les faces les plus petites est forcément le plus mobile, puisqu'il est de partout le plus coupant et le plus aigu de tous; c'est encore le plus léger, puisqu'il est composé du moins grand nombre des mêmes parties. Et le second corps doit tenir le second rang pour ce qui est des mêmes propriétés; et le troisième, le troisième rang.

Admettons donc que, conformément à la droite raison et conformément à l'explication vraisemblable que nous proposons, la figure solide de la pyramide est l'élément de base et le germe du feu; le second solide dans l'ordre des naissances, disons que c'est celui de l'air; et que le troisième, c'est celui de l'eau.

Seulement cinq corps réguliers?

On peut montrer assez facilement qu'il n'y a que cinq corps réguliers. En effet, le triangle équilatéral permet d'engendrer seulement trois solides réguliers. Le premier, en regroupant trois triangles par sommet, est le tétraèdre. Le deuxième, en regroupant quatre triangles par sommet, est l'octaèdre. Le troisième, en regroupant cinq triangles par sommet, est l'icosaèdre. En regroupant six triangles par sommet, on obtient un hexagone qui, reproduit, donne un pavage du plan.

On constate à quel dérive la théorie de la réminiscence a mené Platon. Il ne considérait pas nécessaire de démontrer et voulait simplement donner une « explication plausible » qui était le fruit du souvenir du monde des Idées.

Avec une telle théorie de la connaissance, il était impossible de construire un savoir scientifique. Son disciple Aristote a développé une théorie de la connaissance plus conforme à ce que doit être une démarche scientifique, mais il a quand même adopté des postulats qui étaient erronés.

Équations de la transmutation des éléments

De cette association des corps réguliers aux atomes des éléments découlent les premières équations chimiques.

$$2 \text{ tétraèdre} = 1 \text{ octaèdre}$$

$$2 \text{ [feu]} = 1 \text{ [air]}$$

car $2 \times 4 \triangle = 8 \triangle$

$$1 \text{ tétraèdre} + 2 \text{ octaèdre} = 1 \text{ icosaèdre}$$

$$1 \text{ [feu]} + 2 \text{ [air]} = 1 \text{ [eau]}$$

car $1 \times 4 \triangle + 2 \times 8 \triangle = 20 \triangle$

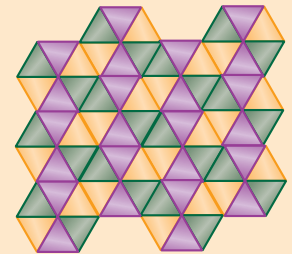
$$2 \frac{1}{2} \text{ octaèdre} = 1 \text{ icosaèdre}$$

$$2 \frac{1}{2} \text{ [air]} = 1 \text{ [eau]}$$

car $2 \frac{1}{2} \times 8 \triangle = 20 \triangle$

Pavage régulier du plan

En disposant six triangles équilatéraux par sommet, on construit un pavage régulier du plan.



Pavage irrégulier du plan

On ne peut construire un pavage régulier du plan avec des pentagones.

