

**Karl Weierstrass**  
1815-1897

Karl Weierstrass débute sa carrière comme enseignant au secondaire tout en poursuivant seul des recherches sur les fonctions elliptiques. Lorsqu'il publie un résumé de ses travaux dans une revue scientifique renommée, il a droit à la reconnaissance immédiate de la communauté scientifique et se voit offrir un poste de professeur de mathématiques à l'Université de Berlin.

# Karl Weierstrass

Le mathématicien allemand Karl Weierstrass est né le 31 octobre 1815 à Ostenfelde, au nord de l'Allemagne. À la naissance de Karl, son père, Wilhelm, est le secrétaire du maire d'Ostenfelde et il devient inspecteur des impôts alors que Karl est âgé de huit ans. Ce travail l'oblige à déménager souvent et, chaque fois, Karl change d'école. En 1829, Wilhelm devient assistant au bureau des impôts de Paderborn et Karl est inscrit au Theodorianum, le Gymnasium catholique de Paderborn, le plus ancien Gymnasium de la ville, fondé en 1612. Élève très brillant, il occupe en même temps un travail de bibliothécaire pour aider à subvenir aux besoins de la famille. Durant son séjour au Gymnasium, il s'intéresse aux mathématiques mais, souhaitant le voir faire carrière dans la fonction publique, son père le contraint à suivre des études de droit et d'économie. Déchiré entre ses aspirations et la volonté de son père, Weierstrass ne fréquente guère les salles de classe. Il fait la fête, pratique l'escrime et étudie les mathématiques. Après 4 ans à l'Université de Bonn, il ressort sans diplôme, ne se présentant même pas aux examens de fin d'étude.

Conseillé par un ami de la famille, son père consent à financer encore deux ans d'étude à l'Académie théologique et philosophique de Munster, afin que Weierstrass puisse obtenir les titres né-

cessaires à l'enseignement secondaire. À cette institution, Weierstrass développe ses aptitudes et ses connaissances en mathématiques, en particulier sur les fonctions elliptiques, avec l'aide du professeur Christoph Gudermann (1798-1852) qui est l'un des premiers à donner des cours sur ces fonctions.

En 1842, Karl Weierstrass entreprend une carrière comme professeur au niveau secondaire. Il poursuit ses recherches sur les fonctions elliptiques et publie quelques articles dans le journal de son école. Ces articles sont incompris par ses collègues du secondaire et ne sont pas connus des mathématiciens, Weierstrass n'a aucune communication avec la communauté scientifique universitaire.

En 1854, Weierstrass publie enfin un article dans une revue qui rejoint la communauté scientifique, le prestigieux *Journal de Crelle*. Son article *Zur Theorie des Abelschen Functionen* est un résumé de l'essentiel de ses découvertes des quinze années précédentes. Cette publication lui vaut la reconnaissance immédiate de la communauté scientifique et l'Université de Königsberg lui décerne un doctorat *honoris causa*.

En 1856, il publie une version complète de sa théorie de l'inversion d'une intégrale hyperelliptique, c'est-à-dire d'une intégrale dont la différentielle contient,

sous un radical du second degré, un polynôme de degré supérieur à quatre. Plusieurs universités songent alors à la possibilité de lui offrir une chaire de mathématiques. Weierstrass qui n'a nullement l'intention de retourner enseigner au secondaire et rêve d'un poste à l'Université de Berlin, accepte, en juin 1856, la première offre formelle, celle de l'Institut technique de cette ville. Lors d'une conférence à Vienne en septembre, il se voit offrir un poste dans l'université autrichienne de son choix, mais pendant qu'il réfléchit à cette offre, son rêve se réalise. En octobre, l'université de Berlin lui offre un poste de professeur qu'il accepte aussitôt.

À l'université de Berlin, Weierstrass rejoint les professeurs Ernst Kummer (1810-1893) et Leopold Kronecker (1823-1891) et contribue à en faire l'université la plus prestigieuse du monde dans le domaine des mathématiques. Les meilleurs étudiants européens y convergent pour assister aux cours de Weierstrass. Ses cours comportent les applications de l'intégrale et des séries de Fourier en physique mathématique, une introduction à la théorie analytique des fonctions, la théorie des intégrales elliptiques et des applications en géométrie et en physique.

Parmi ses étudiants, une femme, Sofia Kovalevskaya, à qui Weierstrass donne des cours privés car, en tant que femme, elle n'a pas le droit de s'inscrire à l'Université. Grâce à son appui, elle obtient le titre de docteur de l'Université de Göttingen et un poste de professeur à Stockholm.

Weierstrass a une fin de vie assez pénible. Depuis 1850, il souffre de graves problèmes de santé, des étourdissements et des vertiges. En 1861, il est victime d'une attaque importante qui l'éloigne de ses cours pendant un an. De retour en classe, il doit se contenter de dicter ses cours assis, en laissant le soin à un étudiant d'écrire au tableau.

Deux autres événements vont gravement perturber ses dernières années. En 1877,

il se brouille avec son collègue et ami Kronecker au sujet des découvertes de Georg Cantor (1845-1918). Puis son ancienne étudiante et correspondante, Sofia Kovalevskaya, décède en 1891. Très affecté par ce décès, Weierstrass brûle même toutes les lettres de Sofia. Il passe ses trois dernières années dans un fauteuil roulant, et décède le 19 février 1897 à Berlin.

L'œuvre mathématique de Weierstrass commence par la théorie des fonctions abéliennes et elliptiques : il donne une théorie complète de l'inversion des intégrales hyperelliptiques. Weierstrass se signale aussi par sa volonté d'algèbrisation de l'analyse. Les principes de la théorie des fonctions doivent reposer selon lui sur des principes algébriques clairs. Il donne les premières définitions claires et rigoureuses des nombres réels et de la continuité et définit une fonction continue nulle part dérivable, ce qui choquera beaucoup l'intuition des analystes de l'époque<sup>1</sup>.

### Définition de la continuité

Bernard Bolzano (1781-1848) avait développé une définition assez rigoureuse des limites vers 1817, mais ses travaux restèrent quasi inconnus de la communauté mathématique pendant plusieurs années. D'autres mathématiciens éminents, comme Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), n'avaient que de vagues définitions de la limite et de la continuité.

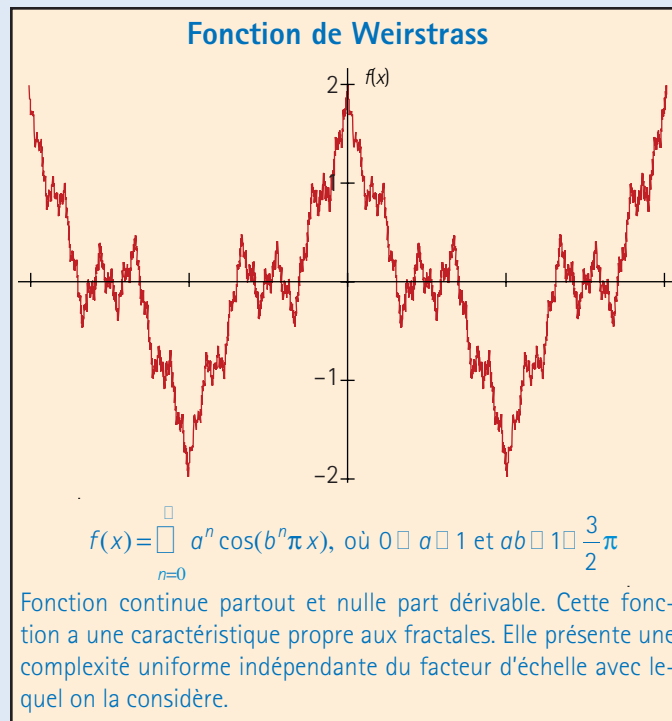
Weierstrass définit la continuité de la façon suivante :

Une fonction  $f(x)$  est continue en  $x = x_0$  si pour toute valeur de  $x$  au voisinage de  $x_0$  et pour tout nombre positif arbitrairement petit,  $\varepsilon$  il existe  $\delta > 0$  tel que :

$$|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$$

Ce qui signifie qu'il existe un voisinage de  $x_0$  tel que pour toutes les valeurs de  $x$  dans ce voisinage, la différence

$$|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon.$$



1. Charles Hermite (1822-1901) déclare : « Je me détourne avec effroi et horreur, de cette plaie lamentable des fonctions continues qui n'ont pas de dérivée. »