

Nicolas Bourbaki est le pseudonyme sous lequel un groupe de mathématiciens français a écrit et édité des textes mathématiques à partir de la fin des années 1930. Les ouvrages de Bourbaki ont eu une profonde influence sur la recherche et l'enseignement des mathématiques.

Nicolas Bourbaki
1935-

Nicolas Bourbaki

Au début des années 1930, les mathématiciens français André Weil (1906-1998) et Henri Cartan (1904-2008) enseignent le calcul différentiel et intégral à l'université de Strasbourg. Insatisfaits des traités disponibles sur le sujet, ils ont l'idée de réunir quelques amis et anciens camarades de l'École normale supérieure désireux de contribuer à la rédaction d'un traité satisfaisant. Les diplômés de cette École qui se joignent à eux sont les mathématiciens :

Jean Delsarte (1903-1968)

Jean Coulomb (1904-1999)

René de Possel (1905-1974)

Charles Ehresmann (1905-1979)

Jean Dieudonné (1906-1992)

Claude Chevalley (1909-1984).

Le mathématicien d'origine polonaise Szelem Mandelbrojt (1899-1983) se joint à eux, il est le seul membre du groupe à ne pas avoir étudié à l'École normale supérieure. Ces mathématiciens déplorent le fractionnement des mathématiques en spécialités hermétiques, le manque de rigueur des ouvrages disponibles et l'ignorance de spécialités comme les structures algébriques développées en Allemagne.

À l'époque de la formation du groupe, plusieurs gradués des grandes écoles qui auraient pu faire carrière dans l'enseignement universitaire sont disparus durant la première guerre et les jeunes diplômés ne bénéficient pas du support auquel les jeunes enseignants peu-

vent normalement s'attendre de la part de leurs aînés. Les professeurs plus âgés encore en fonction sont peu au fait des nouveaux développements.

L'objectif premier du groupe est la rédaction en commun d'un traité d'analyse. Cette rédaction débute à la fin des années 1930. Le groupe prend le nom de Nicolas Bourbaki comme pseudonyme et publie les premiers ouvrages de la série *Les Éléments de mathématique*. L'ouvrage à produire a été divisé en 10 livres, eux-mêmes divisés en nombreux fascicules et chapitres. Les thèmes de ces livres sont : Théorie des ensembles, Algèbre, Topologie générale, Fonctions d'une variable réelle, Espaces vectoriels topologiques, Intégration, Algèbre commutative, Variétés différentielles et analytiques, Groupes et algèbres de Lie, Théories spectrales. La parution des ouvrages ne s'est cependant pas faite selon l'ordre conçu initialement.

Bourbaki voulait reconstruire tout l'édifice mathématique selon la pensée formaliste de David Hilbert (1862-1943) en s'appuyant sur le langage des ensembles, initié par Georg Cantor (1845-1918) et les rigoureux concepts de structures sur ces ensembles, tant algébriques que topologiques. La démarche privilégiée est la démarche axiomatique, un peu comme la géométrie euclidienne, sauf que pour Euclide, un axiome était une vérité évidente pour toute personne qui en comprend le sens, une vérité première

en portant sur les objets étudiés : points, droites, etc. Pour Bourbaki, dans une théorie axiomatique, les axiomes (appelés aussi postulats) auxquels obéissent les objets étudiés définissent ces derniers. Ainsi, un groupe est une structure définie par ses axiomes. On en déduit ensuite des théorèmes, propriétés moins évidentes que l'on obtient par des chaînes de raisonnement strictement logiques. La validité de ces résultats ne dépend pas de l'intuition ni de l'expérience sensible. Le recours aux exemples n'est donc pas indispensable.

L'œuvre de Bourbaki, inachevée à ce jour, donne une présentation cohérente des mathématiques, appuyée sur la notion de structure.

Bourbaki a clarifié plusieurs concepts, et a fait une démarche de classification systématique et exhaustive des mathématiques. Sa démarche a servi de modèle à plusieurs auteurs par la suite et c'est ainsi que les travaux de Bourbaki ont eu une grande influence sur l'enseignement des mathématiques, sur la recherche en mathématiques et sur l'évolution des mathématiques du XX^e siècle. Cette influence qui s'est surtout fait sentir dans les années 1960-70 n'a pas toujours eu des résultats heureux. L'œuvre de Bourbaki a fait l'objet de nombreuses criti-

Pourquoi s'appeler Bourbaki ?

Le pseudonyme Bourbaki fait partie de l'histoire des canulars des étudiants de l'École normale supérieure. En 1923, Raoul Husson¹, élève en troisième année de l'École normale supérieure, avait pris l'apparence d'un mathématicien barbu, pour donner une fausse conférence, volontairement incompréhensible pour démontrer le *théorème de Bourbaki* en utilisant des raisonnements faux. Le choix de ce nom pourrait avoir été motivé par le fait que plusieurs élèves normaliens avaient servi sous les ordres du général Charles Bourbaki durant la guerre de 1870. Dans les années 1920 à 1930, il y avait un fort esprit antimilitariste à l'École normale supérieure et dans sa conférence, Husson déclinait une suite de théorèmes portant le nom de généraux.

1. Orthophoniste et essayiste français, spécialiste de la phonation.

Ce que l'on doit à Bourbaki.

Bourbaki a instauré un style, une façon d'écrire les mathématiques. Il a développé de nouveaux symboles et a généralisé l'utilisation de plusieurs symboles inventés par d'autres mathématiciens mais dont l'usage était peu répandu à l'époque. C'est le cas du symbole \forall (pour tout) inventé par le mathématicien et logicien allemand Gerhard Gentzen (1909-1945) et du symbole \exists (il existe) inventé par le mathématicien italien Giuseppe Peano (1858-1932). Il a popularisé l'utilisation du symbole \emptyset pour désigner un ensemble vide, symbole introduit par André Weil. En logique, on doit à Bourbaki l'utilisation des symboles \Leftarrow , \Rightarrow pour désigner une implication et \Leftrightarrow pour une équivalence. On lui doit les termes : partition d'un ensemble, fonction surjective, fonction injective et fonction bijective.

Bourbaki a de plus vulgarisé l'utilisation du lemme de Zorn², de la notion de structure et du symbole \otimes pour désigner le produit tensoriel.

2. Le lemme de Zorn est un théorème de la théorie des ensembles qui affirme que si un ensemble ordonné est tel que toute chaîne (sous-ensemble totalement ordonné) possède un majorant, alors il possède un élément maximal.

ques, entre autres, à cause de son style très rigoureux, de son rejet des probabilités, du manque d'exemples, de l'incompréhension des étudiants.

D'un point de vue pédagogique, conserver les exemples pour la fin n'est pas une démarche optimale. On voit encore beaucoup d'ouvrages dans lesquels l'auteur évite de parler de taux de variation et d'y associer des unités de mesure tant que toutes les règles de dérivation n'ont pas été présentées. De même, dans plusieurs ouvrages de calcul intégral, il n'est pas question de présenter des applications tant que toutes les règles d'intégration n'ont pas été présentées. Pourtant, les exemples facilitent la compréhension et contribuent à donner du sens à la théorie.

Parmi les règles qui organisent ce groupe secret de mathématiciens, il est décidé qu'à l'âge de 50 ans, tout membre de Bourbaki devra céder sa place à un mathématicien plus jeune. Plus de 40 mathématiciens se sont succédés comme membre de Bourbaki. Théoriquement, le groupe existe toujours mais le dernier ouvrage édité *Algèbre commutative*, est paru en 1998.