Jacques Bernoulli
1654-1705

Pour répondre aux attentes de son père, Jacques Bernoulli a d'abord étudié la théologie. Cependant, il ne put résister longtemps à son intérêt pour les disciplines scientifiques et suit en même temps des cours d'astronomie et de mathématiques, malgré l'opposition de ses parents.

Jacques Bernoulli

Acta Eruditorum

Revue scientifique allemande, les *Acta Eruditorum*, à l'instigation de Leibniz, ont été éditées mensuellement de 1682 à 1782 à Leipzig par le savant Otto Mencke d'abord, puis par son fils et son petit-fils. C'est la première revue scientifique allemande de l'histoire.

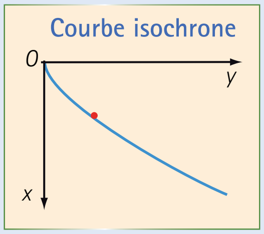
Les articles étaient rédigés en latin, langue savante de l'époque, et comprenaient des résumés de nouveaux écrits, des critiques, des sommaires, de courts essais et des notes. Les sujets d'articles relevaient surtout du domaine des sciences naturelles et des mathématiques, mais certains articles portaient sur la théologie et la philosophie. Plusieurs savants de l'époque ont collaboré à la revue ce qui en a assuré la qualité.

Jacques Bernoulli est né à Bâle le 27 décembre 1654 et y est mort le 16 août 1705. En 1676, après avoir gradué en théologie, il occupe un emploi de tuteur à Genève. Par la suite, il voyage en France et passe deux ans à étudier avec les successeurs de Descartes dont Nicolas Malebranche (1638-1715) est le plus important. En 1681, il se rend aux Pays-Bas et rencontre plusieurs mathématiciens avant de traverser en Angleterre où il rencontre Robert Boyle (1627-1691) et Robert Hooke (1635-1703). Par la suite, il entretint une correspondance avec plusieurs mathématiciens rencontrés durant ses voyages. De retour à Bâle en 1683, il enseigne la mécanique et refuse le poste qu'on lui offre en théologie.

À partir des travaux de Wallis, de Barrow et des articles de Leibniz publiés en 1684 et 1687 dans les *Acta Eruditorum*, il a assimilé par lui-même le calcul différentiel et intégral. En 1687, il devint professeur de mathématiques à l'université de Bâle jusqu'à sa mort. C'est dans les *Acta Eruditorum* que l'on retrouve la plupart des travaux de Jacques Bernoulli.

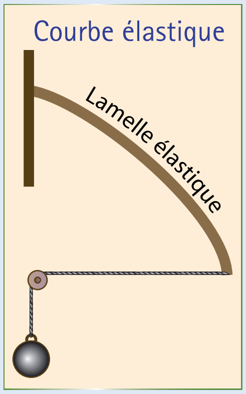
Étude de courbes

En 1690, Bernoulli a résolu le problème de la *courbe isochrone* proposé par Leibniz en 1686. Ce problème consistait à trouver l'équation de la courbe suivant laquelle un mobile descend avec une vitesse verticale uniforme.



L'équation est $x^3 = ay^2$. Dans la solution de ce problème, Bernoulli a, pour la première fois, utilisé le terme « calcul intégral » qui a remplacé l'appellation « calcul sommatoire » de Leibniz.

En 1691, Bernoulli proposa le problème suivant à la communauté scientifique : *On suppose une lame élastique attachée perpendiculairement à un plan par une de ses extrémités et pliée par un poids attaché à l'autre extrémité (figure ci-contre). Quelle forme prend ce ressort?*

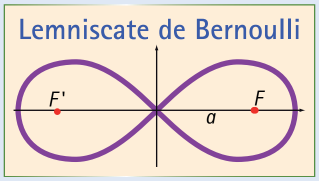


Bernoulli trouva pour équation de la courbe l'équation différentielle suivante :

$$dy = \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$$

qu'il faut résoudre par un développement en série.

En 1694, il fait, dans les *Acta*, la description d'une courbe appelée aujourd'hui *lemniscate de*



Prodafor Inc

Bernoulli. Cette courbe est le lieu des points dont le produit des distances à deux points fixes F et F', distants de $2a$, est constant et égal à a^2. L'équation cartésienne est :

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2 (x^2 - y^2)$$

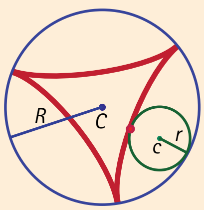
et en coordonnées polaires :

$$r^2 = a \cos 2\theta$$

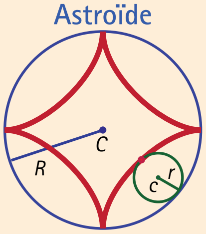
C'est la première utilisation de coordonnées polaires dans un texte publié.

Bernoulli a également étudié les *hypocycloïdes* qui sont les courbes engendrées par un point d'un cercle de rayon r et de centre c roulant sans glisser à l'intérieur et sur la circonférence d'un cercle de rayon R et de centre C. Lorsque $R = 3r$, la courbe s'appelle une *deltoïde*, lorsque $R = 4r$, on a une *astroïde*.

Deltoïde



Astroïde

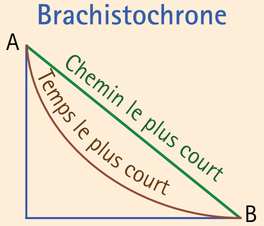


On peut engendrer diverses courbes en modifiant le rapport des rayons et la position du point générateur qui peut être n'importe où sur le rayon du petit cercle, pas nécessairement à son extrémité. C'est le genre de courbes que l'on peut tracer à l'aide d'un spirographe.

Brachistochrone

Jacques et Jean Bernoulli se sont également intéressés au problème suivant :

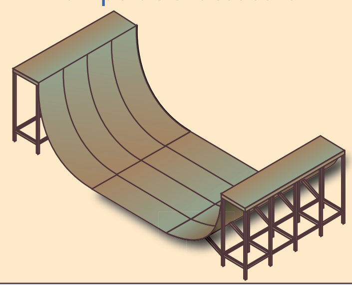
Brachistochrone



Étant donnés deux points A et B à des hauteurs et sur des verticales distinctes, quelle est la trajectoire permettant la descente la plus rapide du point A au point B?

La solution de ce problème est une courbe appelée *brachistochrone* dont la forme est celle d'une cycloïde inversée. La brachistochrone est la forme que devrait avoir une rampe de *skateboard* pour que la descente soit la plus rapide possible.

Rampe de skateboard



Les travaux de Bernoulli sur la brachistochrone ont posé les fondements de ce qu'Euler a appelé le *calcul des variations*, qui est un ensemble de méthodes pour déterminer des fonctions qui, sujettes à certaines conditions, maximisent ou minimisent une certaine grandeur, comme ici le temps de descente.

La courbe qui a le plus fasciné Bernoulli est la *spirale logarithmique* dont il démontra plusieurs propriétés.

Ars Conjectandi

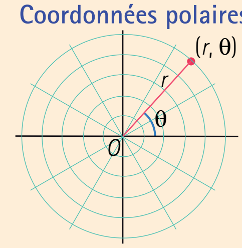
Le principal ouvrage de Jacques Bernoulli est intitulé *Ars Conjectandi*. Il fut édité en 1713 – huit ans après la mort de Jacques – par Daniel Bernoulli, son neveu. Dans la dernière partie de cet ouvrage, on trouve le *Théorème de Bernoulli* ou *Loi des grands nombres*.

Cette loi est à l'effet qu'en répétant une expérience aléatoire un grand nombre de fois, le nombre de succès s'approche de la probabilité théorique. .

Grâce à ce théorème, on peut estimer expérimentalement la probabilité de certains événements dont on ne pourrait obtenir la probabilité autrement. C'est ainsi que l'on peut estimer l'espérance de vie d'une personne et calculer et déterminer en conséquence le montant de ses primes d'assurance. Il y a plusieurs phénomènes physiques qui illustrent cette loi des grands nombres.

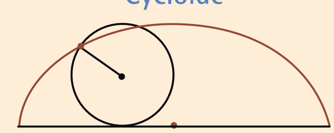
Spirale logarithmique

Coordonnées polaires



En coordonnées polaires, la position d'un point est décrite par un couple (r, θ), où r est la longueur du segment de droite joignant ce point à l'origine et θ l'angle qu'il fait avec l'axe horizontal.

Cycloïde



La cycloïde est la trajectoire d'un point sur la circonférence d'un cercle qui roule sans glisser sur une droite.